НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

Федчун Юлія Юріївна

УДК 517.9+531.19

ЕВОЛЮЦІЙНІ РІВНЯННЯ СИСТЕМ БАГАТЬОХ ЧАСТИНОК ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДО ОПИСУ КІНЕТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

01.01.03 – математична фізика

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2015

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі математичної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник

доктор фізико-математичних наук, професор
ГЕРАСИМЕНКО Віктор Іванович,
Інститут математики НАН України, м. Київ,
провідний науковий співробітник
відділу диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор
ГОРДЕВСЬКИЙ В'ячеслав Дмитрович,
Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна,
професор кафедри фундаментальної математики;

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
АНЧИШКІН Дмитро Владленович,
Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова
НАН України, м. Київ,
провідний науковий співробітник
відділу фізики високих густин енергії.

Захист відбудеться "____" ____________ 2015 р. о ____ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01 Інституту математики НАН України за адресою: 01601, м. Київ, вул. Терещенківська, 3.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту математики НАН України.

Автореферат розіслано "____" ____________ 2015 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради **РОМАНЮК А. С.**

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. В останні два десятиліття спостерігається значний прогрес у розвитку теорії еволюційних рівнянь систем багатьох частинок сучасної математичної фізики. Зокрема це обумовлено створенням нових функціонально-аналітичних методів дослідження диференціальних рівнянь з частинними похідними та методів чисельного моделювання еволюційних процесів зазначених систем.

Одним з напрямків розвитку цієї теорії є підхід, заснований у працях академіка М. М. Боголюбова, який ґрунтується на теорії еволюційних рівнянь у функціональних похідних для твірних функціоналів, якими описуються стани систем багатьох частинок. Дослідження еволюційних рівнянь у функціональних похідних систем статистичної механіки дає можливість побудувати в термінах груп операторів непертурбативні розв'язки ієрархій еволюційних рівнянь для послідовностей функцій, якими описуються стани та спостережувані величини таких систем.

В останні роки теорія еволюційних рівнянь систем багатьох частинок знайшла широке застосування до опису кінетичних процесів у складних системах різноманітної природи, зокрема, до проблеми математичного опису колективної поведінки активних м'яких конденсованих речовин, наприклад, систем, які складаються з багатьох клітин та їх розчинів; популяцій мікроорганізмів, тварин і т. п. В сучасних працях з теорії таких систем в основу опису покладено апріорі сформульовані еволюційні рівняння типу рівнянь суцільного середовища або кінетичні рівняння для динамічних систем, які є аналогом системи частинок із зіткненням у теорії нелінійного рівняння Больцмана. Треба зазначити, що характерні колективні властивості активних м'яких конденсованих речовин відрізняються від статистичної поведінки звичайної речовини, яка складається із взаємодіючих частинок, що рухаються за інерцією. Зокрема, до таких властивостей активної м'якої речовини треба віднести: ефекти пам'яті кінетичних процесів у таких системах; наявність кореляцій станів, що властиво системам у конденсованих станах; багаточастинковий тип взаємодії їх складових. Внаслідок необхідності враховувати такі властивості, традиційні методи виведення кінетичних рівнянь з динаміки систем багатьох частинок не дозволяють обґрунтувати кінетичні рівняння у цьому випадку і потребують розвитку нових методів.

Зауважимо, що проблема обґрунтування нелінійних кінетичних рівнянь є фундаментальною проблемою сучасної математичної фізики, у дослідження якої піонерський внесок було зроблено М. М. Боголюбовим. В останній час у зв'язку з практичним використанням кінетичних процесів систем частинок у конденсованих станах теорія кінетичних рівнянь почала інтенсивно розвиватись. Київській науковій школі з математичної фізики належать пріоритетні результати у цьому напрямку досліджень.

Зважаючи на сучасний етап розвитку математичної теорії еволюційних рівнянь систем багатьох частинок, а також на проблеми математичного моделювання кінетичних процесів в активних м'яких конденсованих речовинах, дисертація присвячена розробці методів дослідження еволюційних рівнянь систем багатьох частинок та їх застосування до математичного опису колективної поведінки активних м'яких конденсованих речовин.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тематика досліджень дисертаційної роботи пов'язана з науковою програмою Київського національного університету імені Тараса Шевченка "Якісне дослідження та асимптотичне інтегрування нелінійних систем", яка входить до програми "Якісні та аналітичні методи дослідження і моделювання нелінійних систем та фізико-механічних полів" (номер державної реєстрації 0106U005863), науково-дослідної теми Інституту математики НАН України "Еволюційні та спектральні задачі для диференціальних рівнянь у банаховому просторі" (номер державної реєстрації 0111U001027), та з міжнародним науковим проектом "Mathematicians for Life Sciences", FP7-People-2011-IRSES (номер проекту 295164).

Мета і завдання дослідження. *Об'єктом* дослідження є еволюційні рівняння систем багатьох частинок, зокрема еволюційні рівняння у функціональних похідних.

Предметом дослідження є побудова розв'язків задачі Коші для ієрархій еволюційних рівнянь систем багатьох частинок та математичне обґрунтування кінетичних рівнянь для активних м'яких речовин.

Мета та *основні завдання* дослідження полягали у наступному:

- розробити метод опису еволюції станів та спостережуваних систем багатьох частинок за допомогою еволюційних рівнянь у функціональних похідних;

- дослідити скейлінгову асимптотику розв'язку ієрархії еволюційних рівнянь для маргінальних спостережуваних активних м'яких конденсованих речовин;

- описати колективну поведінку активної м'якої конденсованої речовини у термінах одночастинкової функції розподілу, яка є розв'язком кінетичного рівняння;

- обґрунтувати кінетичне рівняння для активної м'якої конденсованої речовини з урахуванням початкових кореляцій.

Методи дослідження. У дисертаційній роботі застосовуються методи теорії півгруп операторів та функціонально-аналітичні методи дослідження еволюційних рівнянь систем багатьох частинок, розроблені київською науковою школою із сучасної математичної фізики.

Наукова новизна одержаних результатів. Основні результати дисертації, які визначають наукову новизну та виносяться на захист, такі:

• побудовано еволюційні рівняння у функціональних похідних, якими описується еволюція станів та спостережуваних систем багатьох частинок статистичної механіки;

• за допомогою встановлених зв'язків між твірними функціоналами для послідовностей функцій, якими описуються стани і спостережувані систем багатьох частинок, побудовано розв'язки задачі Коші для ієрархій еволюційних рівнянь для маргінальних спостережуваних та маргінальних функцій розподілу;

• обґрунтовано немарковське кінетичне рівняння, яким описується еволюція всіх можливих станів активної м'якої речовини у термінах одночастинкової функції розподілу;

• для динамічної системи, якою описується активна м'яка речовина, побудовано границю самоузгодженого поля розв'язку ієрархії еволюційних рівнянь для маргінальних спостережуваних та встановлено її зв'язок з граничними маргінальними функціями розподілу;

• за допомогою побудованої асимптотики маргінальних спостережуваних обґрунтовано кінетичне рівняння самоузгодженого поля з початковими кореляціями для активної м'якої речовини у конденсованих станах.

Практичне значення одержаних результатів. Результати дисертаційної роботи мають теоретичний характер. Вони можуть бути використані з метою математичного моделювання кінетичних процесів в активних м'яких конденсованих речовинах. Результати дисертації також можуть бути складовою частиною спеціальних курсів із сучасної математичної фізики та теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних для аспірантів і студентів математичних і фізичних факультетів університетів та наукових установ.

Особистий внесок здобувача. Визначення напрямку дослідження і постановка задач належать науковому керівнику. Результати дисертації, які визначають наукову новизну роботи та виносяться на захист, отримано дисертантом самостійно.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювалися на таких наукових конференціях:

– Український математичний конгрес (Київ, 2009);

– X зимова школа з теоретичної фізики (Дубна, 2012);

– 1st EUMLS Conference "Mathematics for Life Science" (Kyiv, 2012);

– 2nd EUMLS Conference "Mathematics for Life Science" (Olenivka, 2013);

– International conference "Semigroups of Operators: Theory and Applications" (Bedlewo, 2013);

– Міжнародна конференція "Диференціальні рівняння, обчислювальна математика, теорія функцій та математичні методи механіки"до 100-річчя від дня народження члена-кореспондента НАН України Положого Г.М. (Київ, 2014);

– International conference "The Education and Science and their Role in Social and Industrial Progress of Society" (Kyiv, 2014);

– V Всеукраїнська наукова конференція "Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу" (Ворохта, 2015);

– International Conference of Young Mathematicians (Kyiv, 2015);

та на наукових семінарах:

– "Асимптотичні та аналітичні методи для задач математичної фізики" кафедри математичної фізики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка (керівники: професор В. Г. Самойленко, професор Т. А. Мельник), 2012, 2014, 2015;

– "Міський об'єднаний семінар з математичної фізики" Інституту математики НАН України (керівники: член-кореспондент НАН України, професор А. Г. Нікітін, професор Є. Д. Білоколос), 2015;

– "Математика та природничі науки" Інституту математики НАН України (керівники: старший науковий співробітник О. В. Антонюк, старший науковий співробітник С. І. Максименко), 2011.

Публікації. Основні результати дисертації опубліковано у шістьох наукових статтях [1]-[6], які входять до переліку фахових видань МОН України, трьох препринтах [7]-[9] та шістьох тезах доповідей у матеріалах міжнародних конференцій [10]-[16].

Структура та об'єм дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, п'ятьох розділів, висновків і переліку використаних джерел, який містить 105 найменувань. Повний обсяг роботи становить 115 сторінок друкованого тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У ***вступі*** обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету і завдання дослідження, наведено результати, які визначають наукову новизну роботи, та їх апробацію, і викладено основний зміст роботи та її структуру.

Перший розділ дисертаційної роботи присвячено огляду літератури за її темою, де висвітлено сучасний стан, основні досягнення і тенденції розвитку теорії еволюційних рівнянь систем багатьох частинок та її новітнє застосування, а саме: в кінетичній теорії активних м'яких конденсованих речовин. Також зроблено аналіз внеску в цю теорію результатів, які отримано у дисертації.

У ***другому*** розділі викладено строгі результати з теорії еволюційних рівнянь в функціональних похідних для твірних функціоналів послідовностей функцій, якими описуються стани та спостережувані величини класичних систем нефіксованої кількості частинок (нерівноважний великий канонічний ансамбль).

За допомогою встановлених зв'язків між введеними твірними функціоналами для спостережуваних величин, а також для станів, у відповідних банахових просторах побудовано непертурбативні розв'язки для задачі Коші для дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ та для ієрархії рівнянь ББҐКІ в термінах груп операторів рівняння Ліувілля.

В цьому розділі також розвинуто альтернативний підхід до опису еволюції станів систем багатьох частинок за допомогою ієрархії нелінійних рівнянь ББҐКІ для маргінальних кореляційних функцій, який ґрунтується на еволюційному рівнянні у функціональних похідних для твірного функціоналу послідовності кореляційних функцій.

У підрозділі 2.1 сформульовано основні поняття, необхідні для опису динаміки систем багатьох частинок за допомогою еволюційних рівнянь у функціональних похідних, та побудовано такі рівняння для твірних функціоналів послідовностей функцій розподілу та маргінальних функцій розподілу, в термінах яких описуються стани систем довільної кількості частинок.

Нехай $F(t) = (1, F_1(t,x_1), \ldots, F_n(t,x_1,\ldots,x_n), \ldots)$ – послідовність маргінальних функцій розподілу, які визначені на фазовому просторі відповідної кількості частинок, тобто $x_i \equiv (q_i,p_i)$ – фазові координати i-ої частинки. Твірний функціонал послідовності маргінальних функцій розподілу визначається таким виразом:

$$(F(t),u) \doteq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \ldots \int F_n(t,x_1,\ldots,x_n) \prod_{i=1}^{n} u(x_i) dx_1 \ldots dx_n, \qquad (1)$$

оскільки справедлива така рівність:

$$F_n(t,x_1,\ldots,x_n)=\frac{\delta^n}{\delta u(x_1)\ldots\delta u(x_n)}(F(t),u)|_{u=0},$$

де послідовність $u=(1,u(x_1),\ldots,\prod_{i=1}^n u(x_i),\ldots)$ – послідовність добутків нескінченно диференційовних інтегрованих функцій u та символом $\delta^n/\delta u(x_1)\ldots\delta u(x_n)$ позначено функціональну похідну n-го порядку (похідна Гато n-го порядку).

Внаслідок того, що послідовність маргінальних функцій розподілу є розв'язком ієрархії рівнянь ББҐКІ, твірний функціонал (1) для послідовності маргінальних функцій розподілу задовольняє таке еволюційнеу рівняння у функціональних похідних:

$$\frac{d}{dt}(F(t),u)=\int\big\{K(p_1),\frac{\delta}{\delta u(x_1)}(F(t),u)\big\}(u(x_1)+1)dx_1+$$
$$\frac{1}{2!}\int\int\big\{\Phi(q_1-q_2),\frac{\delta^2}{\delta u(x_1)\delta u(x_2)}(F(t),u)\big\}\prod_{i=1}^{2}(u(x_i)+1)dx_1dx_2,$$

де символом $\{.,.\}$ позначено дужки Пуассона, функція Φ – парний потенціал взаємодії частинок, функція K – кінетична енергія частинки.

Зазначений результат узагальнено для систем частинок з багаточастинковим потенціалом взаємодії.

У підрозділі 2.2 побудовано непертурбативний розв'язок задачі Коші для ієрархії рівнянь ББҐКІ в термінах груп операторів рівняння Ліувілля:

$$\begin{aligned}&(S_n(-t)f_n)(x_1,\ldots,x_n)\equiv S_n(t,1,\ldots,n)f_n\doteq\\&f_n(X_1(-t,x_1,\ldots,x_n),\ldots,X_n(-t,x_1,\ldots,x_n)),\end{aligned}\tag{2}$$

де функція $X_i(-t,x_1,\ldots,x_n)$ – фазова траєкторія i-ої частинки гамільтонової системи n частинок.

Використовуючи співвідношення між твірними функціоналами для послідовностей функцій розподілу $D(t)=(1,S_1(-t)D_1(0,x_1),\ldots,$ $S_n(-t)D_n(0,x_1,\ldots,x_n),\ldots)$ та для маргінальних функцій розподілу

$$(D(0),I)^{-1}(D(t),u+1)=(F(t),u),$$

встановлено такий розклад у ряд маргінальних функцій розподілу:

$$\begin{aligned}F_s(t,x_1,\ldots,x_s)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int\ldots\int\mathfrak{A}_{1+n}(-t,\{Y\},X\setminus Y)F_{s+n}(0,x_1,\\\ldots,x_{s+n})dx_{s+1}\ldots dx_{s+n},\quad s\geq 1,\end{aligned}\tag{3}$$

де твірний оператор цього ряду $\mathfrak{A}_{1+n}(-t,\{Y\},\, X\setminus Y)$ – кумулянт $(1+n)$-го порядку груп операторів рівняння Ліувілля (2)

$$\mathfrak{A}_{1+n}(-t,\{Y\},X\setminus Y)= \sum_{\mathrm{P}:\,(\{Y\},X\setminus Y)=\bigcup_i X_i}(-1)^{|\mathrm{P}|-1}(|\mathrm{P}|-1)!\prod_{X_i\subset\mathrm{P}}S_{|\theta(X_i)|}(-t,\theta(X_i)), \tag{4}$$

та використано такі позначення: $\{Y\}$ – множина, яка складається з одного елементу $Y\equiv(1,\ldots,s)$, тобто $|\{Y\}|=1$, символ $\sum_{\mathrm{P}}$ – сума за всіма розбиттями P множини індексів $(\{Y\},X\setminus Y)\equiv(\{Y\},s{+}1,\ldots,s{+}n)$ на $|\mathrm{P}|$ непорожніх підмножин $X_i\in(\{Y\},X\setminus Y)$, відображення θ – відображення декластеризації: $\theta(\{Y\},X\setminus Y)=X$.

У підрозділі 2.3 розвинуто підхід до опису еволюції спостережуваних величин систем багатьох частинок в термінах твірного функціоналу для послідовності маргінальних спостережуваних.

Внаслідок того, що послідовність маргінальних спостережуваних $B(t)=(B_0,B_1(t,x_1),\ldots,B_s(t,x_1,\ldots,x_s),\ldots)$ є розв'язком дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ, твірний функціонал для послідовності маргінальних спостережуваних задовольняє таке еволюційне рівняння у функціональних похідних:

$$\frac{d}{dt}(B(t),u)=\int\big\{\frac{\delta}{\delta u(x_1)}(B(t),u),K(p_1)\big\}u(x_1)dx_1+ \frac{1}{2!}\int\int\big\{\big(\frac{\delta^2}{\delta u(x_1)\delta u(x_2)}(B(t),u)+\sum_{j=1}^{2}\frac{\delta}{\delta u(x_j)}(B(t),u)\big),\Phi(q_1-q_2)\big\}\times \prod_{i=1}^{2}u(x_i)dx_1dx_2.$$

За допомогою розв'язку задачі Коші для рівняння Ліувілля для послідовності спостережуваних величин: $A(t)=S(t)A(0)$, та встановленого співвідношення між твірними функціоналами для послідовностей спостережуваних та маргінальних спостережуваних

$$(A(t),u(u,I)^{-1})=(B(t),u),$$

побудовано непертурбативний розв'язок задачі Коші для дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ, який зображується таким розкладом:

$$B_s(t,x_1,\ldots,x_s)=\sum_{n=0}^{s}\frac{1}{n!}\sum_{j_1\neq\ldots\neq j_n=1}^{s}\mathfrak{A}_{1+n}(t,\{Y\setminus X\},X)B_{s-n}(0, (x_1,\ldots,x_s)\setminus(x_{j_1},\ldots,x_{j_n})),\quad s\geq 1, \tag{5}$$

де $X \equiv (j_1, \ldots, j_n) \subset Y \equiv (1, \ldots, s)$ і твірний оператор цього розкладу $\mathfrak{A}_{1+n}(t)$ – кумулянт $(1+n)$-го порядку (4) груп операторів рівнянь Ліувілля для спостережуваних величин.

Зауважимо, що непертурбативні розв'язки (3),(5) внаслідок застосування аналогів рівняння Дюамеля до кумулянтів (4) груп операторів рівнянь Ліувілля перетворюються у розклади, якими зображуються розв'язки відповідних ієрархій рівнянь, побудовані за теорією збурень.

У підрозділі 2.4 розвинуто альтернативний спосіб опису еволюції станів систем багатьох частинок, який ґрунтується на еволюційному рівнянні у функціональних похідних для твірного функціоналу послідовності кореляційних функцій. За допомогою встановлених зв'язків між твірним функціоналом для послідовності кореляційних функцій і твірними функціоналами для послідовності маргінальних кореляційних функцій та для маргінальних функцій розподілу побудовано непертурбативні розв'язки задачі Коші відповідно для ієрархії нелінійних рівнянь ББҐКІ та для ієрархії рівнянь ББҐКІ у термінах нелінійних груп операторів ієрархії рівнянь Ліувілля для кореляційних функцій.

У ***третьому*** розділі досліджено проблему математичного опису колективної поведінки активних м'яких конденсованих речовин. За допомогою побудованого у попередньому розділі непертурбативного розв'язку дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ для маргінальних спостережуваних взаємодіючих стохастичних марковських процесів обґрунтовано немарковське кінетичне рівняння, яким описуються ефекти пам'яті колективної поведінки активних м'яких конденсованих речовин.

Також у цьому розділі досліджено скейлінгову границю самоузгодженого поля розв'язку задачі Коші для побудованого нелінійного кінетичного рівняння та послідовності маргінальних функціоналів стану, якою описується еволюція всіх можливих кореляцій у системі, зокрема, для відповідних початкових станів встановлено властивість поширення початкового хаосу.

У підрозділі 3.1 розвинуто підхід до опису кінетичної поведінки активної м'якої конденсованої речовини, який ґрунтується на ієрархії еволюційних рівнянь для маргінальних спостережуваних системи багатьох взаємодіючих стохастичних процесів марковського типу.

Розглянуто систему довільної, але скінченої середньої кількості частинок (складових) N різних субпопуляцій, з яких складається активна м'яка речовина. Кожна i-та частинка характеризується змінними $\mathbf{u}_i = (j_i, u_i) \in \mathcal{J} \times \mathcal{U}$, де $j_i \in \mathcal{J} \equiv (1, \ldots, N)$ – номер субпопуляції частинки і $u_i \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^d$ – величини, які описують її мікроскопічний стан.

Еволюція системи частинок, з яких складається активна м'яка речовина, описується півгрупою $e^{t\Lambda} = \oplus_{n=0}^{\infty} e^{t\Lambda_n}$ марковських стрибкоподібних процесів, визначеною на просторі C_γ послідовностей $b = (b_0, b_1, \dots, b_n, \dots)$ вимірних обмежених функцій $b_n(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n)$, які є симетричними відносно перестановки аргументів $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n$, з нормою $\|b\|_{C_\gamma} = \max_{n\geq 0} \frac{\gamma^n}{n!} \|b_n\|_{C_n}$, де $\gamma < 1$ – параметр та $\|b_n\|_{C_n} = \max_{j_1,\dots,j_n} \max_{u_1,\dots,u_n} \big|b_n(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n)\big|$. На підпросторі $C_n \subset C_\gamma$ інфінітезимальний генератор Λ_n півгрупи $e^{t\Lambda_n}$ визначено такою формулою:

$$(\Lambda_n b_n)(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n) = \tag{6}$$
$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon^{k-1} \sum_{i_1 \neq \dots \neq i_k = 1}^{n} (\Lambda^{[k]}(i_1, \dots, i_k) b_n)(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n) \doteq$$
$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon^{k-1} \sum_{i_1 \neq \dots \neq i_k = 1}^{n} a^{[k]}(\mathbf{u}_{i_1}, \dots, \mathbf{u}_{i_k}) \big(\int_{\mathcal{J} \times \mathcal{U}} A^{[k]}(\mathbf{v}; \mathbf{u}_{i_1}, \dots, \mathbf{u}_{i_k}) \times$$
$$b_n(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{i_1 - 1}, \mathbf{v}, \mathbf{u}_{i_1+1}, \dots \mathbf{u}_n) d\mathbf{v} - b_n(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n) \big),$$

де символ $\varepsilon > 0$ – скейлінговий параметр та використано таке позначення: $\int_{(\mathcal{J}\times\mathcal{U})^n} d\mathbf{u}_1 \dots d\mathbf{u}_n \equiv \sum_{j_1 \in \mathcal{J}} \dots \sum_{j_n \in \mathcal{J}} \int_{\mathcal{U}^n} du_1 \dots du_n$. Функції $a^{[k]}(\mathbf{u}_{i_1}, \dots, \mathbf{u}_{i_k})$, $k \geq 1$, характеризують взаємодію між активними частинками, зокрема, у випадку $k = 1$ – взаємодію частинок з оточенням, і є вимірними позитивними обмеженими функціями визначеними на $(\mathcal{J}\times\mathcal{U})^n$. Вимірні інтегровані позитивні функції $A^{[k]}(\mathbf{v}; \mathbf{u}_{i_1}, \dots, \mathbf{u}_{i_k})$, $k \geq 1$, описують ймовірність переходу i_1-ої активної частинки з мікроскопічного стану u_{i_1} в стан v у результаті взаємодії з активними частинками, які знаходяться в станах $u_{i_2}, \dots, u_{i_k}$. Функції $A^{[k]}(\mathbf{v}; \mathbf{u}_{i_1}, \dots, \mathbf{u}_{i_k})$, $k \geq 1$, задовольняють такі умови: $\int_{\mathcal{J}\times\mathcal{U}} A^{[k]}(\mathbf{v}; \mathbf{u}_{i_1}, \dots, \mathbf{u}_{i_k}) d\mathbf{v} = 1$, $k \geq 1$.

Для такої динамічної системи у цьому підрозділі обґрунтовано дуальну ієрархію рівнянь ББҐКІ для маргінальних спостережуваних та у просторі C_γ доведено теорему існування розв'язку задачі Коші для цієї ієрархії рівнянь, який зображується розкладом (5).

У підрозділі 3.2 за допомогою побудованого непертурбативного розв'язку дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ для маргінальних спостережуваних взаємодіючих стохастичних процесів обґрунтовано немарковське кінетичне рівняння для активних м'яких речовин:

$$\frac{\partial}{\partial t} F_1(t, \mathbf{u}_1) = \Lambda^{*[1]}(1) F_1(t, \mathbf{u}_1) + \sum_{k=1}^{N-1} \frac{\varepsilon^k}{k!} \int_{(\mathcal{J}\times\mathcal{U})^k} d\mathbf{u}_2 \dots \tag{7}$$
$$d\mathbf{u}_{k+1} \sum_{\substack{j_1 \neq \dots \neq j_{k+1} \in \\ \in (1, \dots, k+1)}} \Lambda^{*[k+1]}(j_1, \dots, j_{k+1}) F_{k+1}\big(t, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{k+1} \mid F_1(t)\big),$$

де оператори $\Lambda^{*[1]}(1)$ та $\Lambda^{*[k+1]}(j_1,\dots,j_{k+1})$, які є спряженими операторами до відповідних операторів (6), визначені в просторі $L^1((\mathcal{J}\times\mathcal{U})^n)$, і маргінальні функціонали стану $F_s\big(t\mid F_1(t)\big)$, $s\geq 2$, визначаються розкладами в такий ряд:

$$F_s\big(t,\mathbf{u}_1,\dots,\mathbf{u}_s\mid F_1(t)\big)\doteq \tag{8}$$
$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int_{(\mathcal{J}\times\mathcal{U})^n}d\mathbf{u}_{s+1}\dots d\mathbf{u}_{s+n}\,\mathfrak{V}_{1+n}(t,\{Y\},X\setminus Y)\prod_{i=1}^{s+n}F_1(t,\mathbf{u}_i).$$

Твірні оператори $\mathfrak{V}_{1+n}(t)$, $n\geq 0$, ряду (8) є певними комбінаціями кумулянтів півгруп операторів розсіяння $\{e^{t\Lambda^*_k}\prod_{i=1}^{k}e^{-t\Lambda^{*[1]}(i)}\}_{t\geq 0}$, $k\geq 1$, наприклад,

$$\mathfrak{V}_1(t,\{Y\})=\widehat{\mathfrak{A}}_1(t,\{Y\})\doteq e^{t\Lambda^*_s}\prod_{i=1}^{s}e^{-t\Lambda^{*[1]}(i)},$$

$$\mathfrak{V}_2(t,\{Y\},s+1)=\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,\{Y\},s+1)-\widehat{\mathfrak{A}}_1(t,\{Y\})\sum_{i_1=1}^{s}\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,i_1,s+1).$$

За умови, що: $\|F_1(t)\|_{L^1(\mathcal{J}\times\mathcal{U})}<e^{-(3s+2)}$, для довільного $t\geq 0$ ряд (8) збігається за нормою простору $L^1((\mathcal{J}\times\mathcal{U})^s)$.

Зауважимо, що послідовністю маргінальних функціоналів стану (8) описуються всі можливі кореляції, які виникають у процесі еволюції активної м'якої конденсованої речовини.

У підрозділі 3.3 побудовано скейлінгову границю самоузгодженого поля розв'язку немарковського кінетичного рівняння (7) для активної м'якої речовини та доведено граничну теорему про асимптотичну поведінку маргінальних функціоналів стану (8), а саме: доведена рівність, яка інтерпретується як властивість поширення початкового хаосу в границі самоузгодженого поля

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{(\mathcal{J}\times\mathcal{U})^s}d\mathbf{u}_1\dots d\mathbf{u}_s\left|\varepsilon^s F_s\big(t,\mathbf{u}_1,\dots,\mathbf{u}_s\mid F_1(t)\big)-\prod_{j=1}^{s}f_1(t,\mathbf{u}_j)\right|=0,$$

де гранична функція розподілу $f_1(t)$ є розв'язком задачі Коші для кінетичного рівняння самоузгодженого поля активної м'якої речовини

$$\frac{\partial}{\partial t}f_1(t,\mathbf{u}_1)=\Lambda^{*[1]}(1)f_1(t,\mathbf{u}_1)+\int_{\mathcal{J}\times\mathcal{U}}d\mathbf{u}_2\Lambda^{*[2]}(1,2)f_1(t,\mathbf{u}_1)f_1(t,\mathbf{u}_2),$$

та оператори $\Lambda^{*[1]}(1)$ і $\Lambda^{*[2]}(1,2)$ є спряженими до відповідних операторів, визначених формулами (6).

У ***четвертому*** розділі розвинуто новий підхід до опису кінетичної еволюції активних м'яких речовин у термінах спостережуваних величин, а саме, побудовано скейлінгову границю самоузгодженого поля розв'язку задачі Коші для ієрархії еволюційних рівнянь для маргінальних спостережуваних взаємодіючих стохастичних марковських стрибкоподібних процесів.

Підрозділ 4.1 присвячено побудові границі самоузгодженого поля для розв'язку дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ для активної м'якої речовини. Зокрема, для граничних маргінальних спостережуваних активної м'якої речовини встановлено дуальну ієрархію рівнянь самоузгодженого поля:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t} b_s(t, \mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_s) = \sum_{j=1}^{s} \big(\Lambda^{[1]}(j)\, b_s(t)\big)(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_s) + \qquad (9)\\
&\sum_{j_1 \neq j_2 = 1}^{s} (\Lambda^{[2]}(j_1, j_2) b_{s-1}(t))(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_{j_1-1}, \mathbf{u}_{j_1+1}, \ldots, \mathbf{u}_s),\\
&b_s(t, \mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_s) \mid_{t=0} = b_s^0(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_s), \quad s \geq 1,
\end{aligned}$$

де оператори $\Lambda^{[1]}(j)$ і $\Lambda^{[2]}(j_1, j_2)$ в рекурентних еволюційних рівняннях (9) визначено формулою (6).

У підрозділі 4.2 досліджено асимптотичну поведінку розв'язку ієрархії еволюційних рівнянь ББҐКІ для активної м'якої речовини. Доведено, що побудована асимптотика є сильним розв'язком відповідної задачі Коші для такої граничної ієрархії рівнянь самоузгодженого поля:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t} f_s(t, \mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_s) = \big(\Lambda_s^{*[1]} f_s(t)\big)(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_s) +\\
&\sum_{i=1}^{s} \int_{(\mathcal{J} \times \mathcal{U})^n} d\mathbf{u}_{s+1} \big(\Lambda^{*[2]}(i, s+1) f_{s+1}(t)\big)(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_{s+1}), \quad s \geq 1,
\end{aligned}$$

де оператори $\Lambda^{*[1]}(j)$ і $\Lambda^{*[2]}(j_1, j_2)$ є спряженими до відповідних операторів, які визначено формулою (6).

У підрозділі 4.3 доведено еквівалентність сформульованих підходів до опису кінетичної еволюції активної м'якої речовини, які були викладені у попередніх двох підрозділах.

У ***п'ятому*** розділі дисертації, використовуючи розвинутий у попередньому розділі метод виведення кінетичних рівнянь за допомогою розв'язку дуальної ієрархії рівнянь самоузгодженого поля (9), для системи взаємодіючих стохастичних марковських процесів побудовано кінетичне рівняння самоузгодженного поля з початковими кореляціями та описано кінетичний процес поширення початкових кореляцій в активних м'яких конденсованих речовинах.

У підрозділі 5.1 викладено методи побудови кінетичних рівнянь, які ґрунтуються на отриманих у третьому і четвертому розділах дисертації результатах, та проаналізована необхідність припущення статистичної незалежності початкових станів частинок, оскільки для активних м'яких конденсованих речовин характерною властивістю є наявність кореляцій початкових станів.

У підрозділі 5.2 розглянуто системи, початковий стан яких характеризується одночастинковою маргінальною функцією розподілу та початковими кореляціями, а саме:

$$f^{(cc)} \equiv (1, f_1^0(\mathbf{u}_1), g_2 \prod_{i=1}^{2} f_1^0(\mathbf{u}_i), \ldots, g_s \prod_{i=1}^{s} f_1^0(\mathbf{u}_i), \ldots), \tag{10}$$

де обмежені функції $g_s \equiv g_s(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_s)$, $s \geq 2$, характеризують кореляції початкових станів.

За допомогою методу, розвиненого у четвертому розділі дисертації, обґрунтовано кінетичне рівняння самоузгодженого поля з початковими кореляціями для активної м'якої конденсованої речовини:

$$\frac{\partial}{\partial t} f_1(t, \mathbf{u}_1) = \Lambda^{*[1]}(1) f_1(t, \mathbf{u}_1) + \int_{\mathcal{J}\times\mathcal{U}} d\mathbf{u}_2 \Lambda^{*[2]}(1,2) \times \tag{11}$$
$$\prod_{i_1=1}^{2} e^{t\Lambda^{*[1]}(i_1)} g_2(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) \prod_{i_2=1}^{2} e^{-t\Lambda^{*[1]}(i_2)} f_1(t, \mathbf{u}_1) f_1(t, \mathbf{u}_2),$$

де функція $g_2(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ – початкова двохчастинкова кореляційна функція (10), та встановлено властивості розв'язку рівняння (11).

Внаслідок внеску початкових кореляцій у структуру інтегралу зіткнень кінетичного рівняння (11) виведене рівняння є немарковським кінетичним рівнянням. Тобто встановлено, що ефекти пам'яті кінетичних процесів в активних м'яких речовинах і наявність початкових кореляцій, якими характеризуються конденсовані стани, є взаємно обумовленими.

У підрозділі 5.3 встановлено властивість поширення початкових кореляцій в активних м'яких конденсованих речовинах, тобто описано асимптотичну поведінку послідовності кореляційних функцій, а саме:

$$g_s(t, \mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_s) = \tag{12}$$

$$\prod_{i_1=1}^{s} e^{t\Lambda^{*[1]}(i_1)} g_s(\mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_s) \prod_{i_2=1}^{s} e^{-t\Lambda^{*[1]}(i_2)} \prod_{j=1}^{s} f_1(t,\mathbf{u}_j), \quad s \geq 2,$$

де функція $f_1(t)$ є розв'язком кінетичного рівняння самоузгодженого поля з початковими кореляціями (11).

Таким чином, встановлено, що в скейлінговій границі самоузгодженого поля в процесі еволюції нові кореляції в системі не народжуються, а початкові кореляції еволюціонують згідно з формулою (12).

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розвинуто підхід до дослідження нерівноважних систем статистичної механіки за допомогою еволюційних рівнянь у функціональних похідних для твірних функціоналів послідовностей функцій, якими описуються спостережувані величини та стани систем багатьох частинок статистичної механіки.

Вперше сформульовано рівняння у функціональних похідних для твірного функціоналу послідовності маргінальних спостережуваних і за його допомогою розвинуто метод побудови непертурбативного розв'язку задачі Коші для ієрархії рівнянь (дуальна ієрархія рівнянь ББҐКІ) для маргінальних спостережуваних.

Встановлено зв'язок між твірними функціоналами для послідовностей функцій, якими визначаються різні способи опису стану систем багатьох частинок. Зокрема, розвинуто підхід до опису станів систем багатьох частинок у термінах кореляційних функцій, які є розв'язком задачі Коші для ієрархії рівнянь Ліувілля. Це дало можливість у відповідних функціональних просторах побудувати непертурбативні розв'язки задачі Коші для ієрархій рівнянь для маргінальних функцій розподілу і маргінальних кореляційних функцій у термінах нелінійних груп операторів ієрархії рівнянь Ліувілля для кореляційних функцій. Зазначені результати узагальнено для систем частинок з багаточастинковим потенціалом взаємодії.

Розвинуто підхід до опису кінетичної еволюції активних м'яких речовин у термінах спостережуваних величин, зокрема, це дало можливість сформулювати новий метод виведення нелінійних кінетичних рівнянь для систем в конденсованих станах.

За допомогою непертурбативного розв'язку дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ для маргінальних спостережуваних взаємодіючих стохастичних марковських процесів обґрунтовано немарковське кінетичне рівняння, яким описуються ефекти пам'яті колективної поведінки активних м'яких конденсованих речовин. Побудовано розв'язок цього рівняння та досліджено його асимптотичні властивості у скейлінговій границі самоузгодженого поля.

Встановлено, що у випадку маргінальних спостережуваних адитивного типу метод опису еволюції системи взаємодіючих стохастичних марковських процесів за допомогою дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ є еквівалентним до підходу опису еволюції станів системи у термінах одночастинкової функції розподілу, яка є розв'язком задачі Коші для немарковського кінетичного рівняння, а у випадку маргінальних спостережуваних неадитивного типу – до опису еволюції станів у термінах послідовності маргінальних функціоналів стану, якими описуються всі можливі кореляції в активних м'яких речовинах за допомогою розв'язку побудованого кінетичного рівняння. У випадку початкових станів, які задовольняють умову хаосу, для побудованого розв'язку і маргінальних функціоналів стану доведено граничні теореми самоузгодженого поля, зокрема, встановлено властивість поширення початкового хаосу.

В границі самоузгодженого поля встановлено асимптотичну поведінку непертурбативного розв'язку для дуальної ієрархії рівнянь для маргінальних спостережуваних системи взаємодіючих стохастичних марковських процесів, якою моделюється динаміка активних м'яких речовин. У цьому випадку в дисертації вперше сформульовано ієрархію еволюційних рівнянь, за допомогою якої описуються кінетичні властивості системи в термінах спостережуваних величин.

Використовуючи розвинутий у дисертації метод виведення кінетичних рівнянь, який ґрунтується на використанні розв'язку дуальної ієрархії рівнянь самоузгодженого поля для послідовності граничних маргінальних спостережуваних, для системи взаємодіючих стохастичних марковських процесів побудовано кінетичне рівняння самоузгодженого поля з початковими кореляціями та описано процес поширення початкових кореляцій в скейлінговій границі самоузгодженого поля.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Герасименко В. І. Еволюційні рівняння в функціональних похідних багаточастинкових систем / Ю. Ю. Федчун, В. І. Герасименко // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: математика та механіка. – 2011. – **26**. – С. 17–22.
2. Fedchun Yu. Yu. Nonperturbative solution expansions of hierarchies of evolution equations in functional derivatives / Yu. Yu. Fedchun, V. I. Gerasimenko // Зб. праць ІМ НАН України. – 2012. – **9**, 2. – С. 347–375.

3. Fedchun Yu. Yu. On kinetic equations modeling the evolution of many-entity systems in mathematical biology / Yu. Yu. Fedchun, V. I. Gerasimenko // J. Coupled Syst. Multiscale Dyn. – 2013. – **1**, 2. – P. 273–279.
4. Федчун Ю. Ю. Скейлінгові властивості нерівноважних станів активної м'якої речовини / Ю. Ю. Федчун // Зб. праць ІМ НАН України. – 2014. – **11**, 1. – С. 364–374.
5. Герасименко В. І. Кінетичні рівняння активної м'якої речовини / В. І. Герасименко, Ю. Ю. Федчун // Доповіді НАН України. – 2014. – №5. – С. 11–18.
6. Gerasimenko V. I. On semigroups of large particle systems and their scaling asymptotic behavior / V. I. Gerasimenko, Yu. Yu. Fedchun // In: Semigroups of Operators – Theory and Applications. Springer, 2015. – **17**. – P. 165–182.
7. Fedchun Yu. Yu. Nonperturbative solution expansions of hierarchies of evolution equations of many-particle systems / Yu. Yu. Fedchun, V. I. Gerasimenko // Preprint. – 2011. – arXiv:1107.0823. – 21 p.
8. Fedchun Yu. Yu. On kinetic equations modeling evolution of systems in mathematical biology / Yu. Yu. Fedchun, V. I. Gerasimenko // Preprint. – 2013. – arXiv:1308.4504. – 12 p.
9. Gerasimenko V. I. On semigroups of large particle systems and their scaling asymptotic behavior / V.I. Gerasimenko, Yu. Yu. Fedchun // Preprint. – 2014. – arXiv:1408.1781. – 17 p.
10. Федчун Ю. Ю. Метод функціональних похідних та дуальна ієрархія рівнянь Боголюбова / Ю.Ю. Федчун // Український математичний конгрес – 2009. – Київ, 2009. – Режим доступу до тез доповідей:
http://www.imath.kiev.ua/ congress2009/Abstracts/Fedchun.pdf
11. Fedchun Yu. Yu. Towards derivation of evolution equations of hemokinetics / Yu. Yu. Fedchun, V. I. Gerasimenko // 1st EUMLS Conference "Mathematics for Life Science". Book of abstracts. – Kyiv, 2012. –
P. 32.
12. Fedchun Yu.Yu. On kinetic evolution of interacting cells modelling systems in mathematical biology / Yu. Yu. Fedchun, V. I. Gerasimenko // 2d EUMLS Conference "Mathematics for Life Science". – Olenivka, 2013. – P. 8–9.
13. Герасименко В. І. Еволюційні рівняння активної м'якої речовини / Ю. Ю. Федчун, В.І. Герасименко // Міжнародна конференція "Диференціальні рівняння, обчислювальна математика, тео-

рія функцій та математичні методи механіки"до 100-річчя від дня народження члена-кореспондента НАН України Положного Г. М. Матеріали конференції. – Київ, 2014. – С. 48.

14. Fedchun Yu.Yu. Evolution equations of soft active matter / Yu. Yu. Fedchun // "The education and science and their role in social and industrial progress of society". – Kyiv, 2014. – Режим доступу до тез доповідей: http://hk2014.humboldt.org.ua//abstracts/pdf/508.pdf
15. Герасименко В. І. Кінетичні рівняння м'якої активної речовини / В. І. Герасименко, Ю. Ю. Федчун // V Всеукраїнська наукова конференція "Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу". Матеріали конференції. – Ворохта, 2015. – С. 14–15.
16. Fedchun Yu. Yu. On kinetic evolution of interacting cells modeling systems in mathematical biology / Yu. Yu. Fedchun, V. I. Gerasimenko // International Conference of Young Mathematicians. Book of abstracts. – Kyiv, 2015. – P. 117.

АНОТАЦІЇ

Федчун Ю.Ю. *Еволюційні рівняння систем багатьох частинок та їх застосування до опису кінетичних процесів.* – Рукопис. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика. – Інститут математики НАН України, Київ, 2015.

В дисертаційній роботі розвинуто підхід до дослідження нерівноважних систем статистичної механіки за допомогою еволюційних рівнянь у функціональних похідних для твірних функціоналів послідовностей функцій, якими описуються спостережувані величини та стани систем багатьох частинок. За допомогою встановлених зв'язків між введеними твірними функціоналами для спостережуваних величин, а також для станів, у відповідних банахових просторах побудовано непертурбативні розв'язки для задачі Коші для дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ та для ієрархії рівнянь ББҐКІ.

Встановлено зв'язок між твірними функціоналами для послідовностей функцій, якими визначаються різні способи опису стану систем багатьох частинок. Зокрема, розвинуто підхід до опису станів систем багатьох частинок в термінах послідовності кореляційних функцій, яка є розв'язком задачі Коші для ієрархії рівнянь Ліувілля. У відповідних функціональних просторах побудовано непертурбативні розв'язки задачі Коші для ієрархій рівнянь для маргінальних функцій розподілу

і маргінальних кореляційних функцій у термінах нелінійних груп операторів ієрархії рівнянь Ліувілля для кореляційних функцій. Зазначені результати узагальнено для систем з багаточастинковим потенціалом взаємодії.

У дисертаційній роботі також розвинуто підхід до опису кінетичної еволюції активних м'яких речовин у термінах спостережуваних величин, що дало можливість сформулювати новий метод виведення нелінійних кінетичних рівнянь для активної м'якої конденсованої речовини.

За допомогою непертурбативного розв'язку дуальної ієрархії рівнянь ББҐКІ для маргінальних спостережуваних взаємодіючих стохастичних марковських процесів обґрунтовано немарковське кінетичне рівняння, яким описуються ефекти пам'яті колективної поведінки активних м'яких конденсованих речовин. Встановлено, що метод опису еволюції у випадку маргінальних спостережуваних неадитивного типу є еквівалентним до опису еволюції станів у термінах послідовності маргінальних функціоналів стану, якими описуються всі можливі кореляції в активних м'яких речовинах за допомогою розв'язку побудованого кінетичного рівняння. Також побудовано розв'язок цього кінетичного рівняння та досліджено його асимптотичні властивості в скейлінговій границі самоузгодженого поля.

Застосовуючи розвинутий у дисертації метод виведення кінетичних рівнянь, який ґрунтується на використанні розв'язку дуальної ієрархії рівнянь самоузгодженого поля для граничних маргінальних спостережуваних, для системи взаємодіючих стохастичних марковських процесів побудувано кінетичне рівняння самоузгодженного поля з початковими кореляціями та описано процес поширення початкових кореляцій у скейлінговій границі самоузгодженного поля.

Ключові слова: ієрархія рівнянь ББҐКІ; кінетичне рівняння немарковського типу; твірний функціонал; активна м'яка конденсована речовина; границя самоузгодженого поля; кластерні розклади; кореляційні функції.

Fedchun Yu.Yu. *Evolution equations of many-particle systems and their applications to the description of kinetic processes.* – Manuscript. Thesis for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences, speciality 01.01.03 – Mathematical physics. – Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, Kyiv, 2015.

The method of the description of nonequilibrium many-particle systems of statistical mechanics within the framework of the evolution equations in functional derivatives for the generating functionals of

sequences of functions for observables and states is developed. On the basis of established relations for generating functionals of observables and states in appropriate Banach spaces the nonperturbative solutions of the Cauchy problem of the dual BBGKY hierarchy and the BBGKY hierarchy are constructed.

The nonperturbative solutions of the Cauchy problem of the hierarchies of evolution equations for marginal distribution functions and marginal correlations functions within the framework of nonlinear groups of the Liouville hierarchy for a sequence of correlation functions are constructed. The obtained results are extended for systems of particles with many-body interaction potentials.

The method of the description of the kinetic evolution of active soft matter within the framework of observables is developed. It's allowed to justify a new method of the construction of nonlinear kinetic equations for active soft condensed matters.

Using a nonperturbative solution of the dual BBGKY hierarchy for marginal observables of interacting stochastic Markov processes, the non-Markovian kinetic equation is constructed. It describes the memory effects of a collective behavior of active soft matters. The equivalence of the description of the evolution by means of marginal observables of non-additive type and by marginal functionals of the state which describe all possible correlations in active soft matters is established. A solution of this kinetic equation is constructed and its asymptotic behavior in the mean field limit is established.

The mean field kinetic equation with initial correlations is constructed, using a solution of the mean field limit dual hierarchy. Also the process of the propagation of the initial correlations in the mean field scaling limit is established.

Key words: BBGKY hierarchy; non-Markovian kinetic equation; generating functional; active soft condensed matter; mean field limit; cluster expansion; correlation function.

Федчун Ю.Ю. *Эволюционные уравнения систем многих частиц и их применение к описанию кинетических процессов.* – Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 – математическая физика. – Институт математики НАН Украины, Киев, 2015.

Тема диссертационной работы относится к одному из актуальных направлений развития современной математической физики – теории эволюционных уравнений многочастичных систем статистической механики и их применению в кинетической теории активных мягких кон-

денсированных веществ.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти разделов, выводов и списка использованной литературы.

Первый раздел диссертации посвящен обзору литературы по теме диссертации, где рассмотрено современное состояние, основные достижения и тенденции развития теории эволюционных уравнений многочастичных систем и ее применение в кинетической теориии активных мягких веществ, а также проанализировано вклад в эту теорию результатов, полученных в диссертации.

Во втором разделе диссертации изложены строгие результаты теории эволюционных уравнений в функциональных производных для порождающих функционалов последовательностей функций, которыми описываются состояния и наблюдаемые величины классических многочастичных систем. С помощью установленных соотношений между введенными порождающими функционалами для состояний и наблюдаемых величин в соответствующих банаховых пространствах в терминах групп операторов уравнения Лиувилля построены непертурбативные решения задачи Коши для дуальной иерархии уравнений ББГКИ и для иерархии уравнений ББГКИ.

В третьем разделе диссертационной работы развит подход к описанию кинетической эволюции многочастичных систем в терминах наблюдаемых величин, что дало возможность сформулировать новый метод построения нелинейных кинетических уравнений для систем частиц в конденсированных состояниях. С помощью непертурбативного решения иерархии уравнений ББГКИ для маргинальных наблюдаемых взаимодействующих стохастических марковских процессов обосновано кинетическое уравнение немарковского типа, которым описываются эффекты памяти коллективного поведения активных мягких веществ. Построено решение этого уравнения и исследованы его асимптотические свойства в пределе среднего поля.

В четвертом разделе диссертации построен скейлинговый предел среднего поля решения задачи Коши для иерархии эволюционных уравнений для маргинальных наблюдаемых (дуальная иерархия уравнений ББГКИ) взаимодействующих стохастических марковских процессов. Для начальных состояний, которые описывают систему статистически независимых частиц, в пределе среднего поля установлена эквивалентность описания эволюции системы в терминах предельных маргинальных наблюдаемых и с помощью одночастичной маргинальной функции распределения, которая является решением кинетического уравнения среднего поля. Также доказано свойство распространения начального хаоса в пределе среднего поля.

В пятом разделе, используя сформулированый в диссертации метод построения кинетических уравнений, который основан на использовании решения дуальной иерархии уравнений среднего поля для предельных маргинальных наблюдаемых, для системы взаимодействующих стохастических марковских процессов построено кинетическое уравнение среднего поля с начальными корреляциями и описан процесс распространения начальных корреляций в пределе среднего поля.

Ключевые слова: иерархия уравнений ББГКИ; кинетическое уравнение немарковского типа; порождающий функционал; активное мягкое конденсированное вещество; предел среднего поля; кластерные разложения; кореляционные функции.

Підписано до друку 27.10. 2015. Формат 60×84/16. Папір офс. Офс. друк.
Фіз. друк. арк. 1,3. Умов. друк. арк. 1,2.
Тираж 100 пр. Зам. 58.

Інститут математики НАН України,
01601, м. Київ-4, вул. Терещенківська, 3.