ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Карпалюк Тамари Олексіївни
«Симетрійна класифікація нелінійних рівнянь конвекції-дифузії
відносно алгебр Галілея»,
поданої на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння

У процесі створення теорії диференціальних рівнянь було розроблено цілу низку методів розв'язування диференціальних рівнянь, особливе місце серед яких належить методу Лі, оскільки значна кількість відомих методів явно чи неявно спирається на симетрійні властивості відповідних диференціальних рівнянь. Серед численних переваг методу Лі слід виділити можливість побудови класів точних розв'язків диференціальних рівнянь, що відіграють роль математичних моделей, в аналітичній формі. Крім того, поняття симетрії застосовується як основний принцип побудови математичних моделей у сучасних фізико-хімічних дослідженнях. Адже, з одного боку, груповий аналіз уже відомих моделей дозволяє відбирати серед них такі, що, задовольнивши певні принципи відносності чи закони збереження, краще підходять для опису конкретного явища. З іншого боку, методи групового аналізу дозволяють будувати математичні моделі з наперед заданими властивостями. Тому побудова за заданою групою математичної моделі, яка володіє заданою симетрією, є важливою задачею. У дисертаційній роботі Карпалюк Т.О. розв'язані саме такі задачі, які без сумніву є актуальними.

Дисертаційна робота Карпалюк Т. О. присвячена дослідженню симетрійних властивостей систем нелінійних рівнянь конвекції-дифузії та реакції-конвекції-дифузії.

Коротко зупинюся на змісті дисертаційної роботи. Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків.

У вступі автор обґрунтував актуальність задач, які досліджуються в дисертації, зупинився на науковій новизні одержаних результатів, їх апробації та особистому внеску в їх отримання.

Перший розділ дисертації присвячений аналізу літератури за темою досліджень. В огляд включені роботи, присвячені дослідженню симетрійних властивостей параболічних рівнянь та систем. Автором обґрунтовано вибір напрямку досліджень та здійснено постановку задач, які розв'язано в дисертації.

У другому розділі розв'язана задача встановлення вигляду системи рівнянь реакції-конвекції-дифузії, при якому вона буде інваріантна відносно алгебри Галілея без центрального розширення та її розширень операторами масштабних і проективних перетворень. Оскільки системи даного класу описують багато процесів, які підпорядковані принципу відносності Галілея, то цікавою є задача дослідження інваріантності даної системи саме відносно алгебр Галілея. Дисертантом з точністю до неперервних перетворень еквівалентності одержано 5 систем, інваріантних відносно алгебри Галілея без центрального розширення, 8 систем, інваріантних відносно розширеної алгебри Галілея та 11 систем, які є інваріантними відносно узагальненої алгебри Галілея. Знайдені автором системи, інваріантні відносно вказаних алгебр, в силу своїх симетрійних властивостей можуть бути використані при моделюванні реальних фізичних процесів. Так, серед одержаних систем, як частинний випадок, міститься галілеївськи інваріантна система рівнянь Ван-дер Ваальса, яка ефективно застосовується для опису процесів молекулярно-кінетичної теорії газів та рідин.

У третьому розділі розв'язана задача виділення із класу систем нелінійних рівнянь конвекції-дифузії таких, які інваріантні відносно алгебри Галілея, розширеної операторами масштабних і проективних перетворень. Для розв'язання поставленої задачі дисертантом знайдено групу неперервних перетворень еквівалентності та основну алгебру інваріантності n −вимірної системи рівнянь конвекції-дифузії у випадку m −вимірного векторного поля U. З точністю до неперервних перетворень еквівалентності із класу систем конвекції-дифузії виділена одна система, інваріантна відносно узагальненої алгебри Галілея, у випадку двовимірного векторного поля U та двох просторових змінних, 8 таких систем у випадку тривимірного векторного поля U та двох просторових змінних і 17 систем для тривимірного векторного поля U та однієї просторової змінної.

Всі отримані системи володіють симетрійними властивостями, характерними для систем, що описують процеси, підпорядковані принципу відносності Галілея, тому вони в більшій мірі, ніж інші, претендують на опис таких процесів.

Крім того, в дисертації запропоновано спосіб узагальнення одержаних систем конвекції-дифузії, інваріантних відносно алгебр Галілея, до систем, які є аналогами системи рівнянь Нав'є-Стокса у разі, коли кількість незалежних просторових змінних не співпадає з розмірністю векторного поля U. В цьому випадку отримані системи в силу своїх симетрійних властивостей можуть бути використані для моделювання процесів гідродинаміки.

У висновку дисертант коротко сформулював основні положення дисертаційної роботи.

Слід відзначити, що всі результати, отримані в дисертації є новими. Обґрунтованість і достовірність положень та висновків забезпечуються коректною постановкою задач, строгим доведенням усіх тверджень із застосуванням методів симетрійного аналізу диференціальних рівнянь та класичних методів інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. У більшості випадків автором наведено порівняння одержаних результатів із раніше відомими.

Результати досліджень автора, що ввійшли в дисертацію, з достатньою повнотою відображені у десяти публікаціях, з них — сім статей у провідних наукових фахових виданнях, що затверджені Міністерством освіти і науки України; 2 статті опубліковано в журналах, які індексуються в бібліографічній базі Scopus; доповідалися автором на всеукраїнських і міжнародних конференціях та наукових семінарах.

Особливу увагу, на мою думку, заслуговують такі результати:

- Встановлення нелінійностей, при яких система рівнянь реакції-конвекції-дифузії інваріантна відносно узагальненої алгебри Галілея без центрального розширення.
- Виділення із класу двовимірних систем рівнянь конвекції-дифузії систем, які інваріантні відносно узагальненої алгебри Галілея, у випадку $U \in R^2$ та $U \in R^3$.
- Дослідження інваріантності системи рівнянь конвекції-дифузії у випадку тривимірного векторного поля U та однієї просторової змінної відносно алгебри Галілея, розширеної операторами масштабних і проективних перетворень.
- Одержання галілеївськи інваріантних систем, які є аналогами системи рівнянь Нав'є-Стокса у разі, коли кількість незалежних просторових змінних не співпадає з розмірністю векторного поля U.

У той же час є такі зауваження:

- Наведено мало прикладів застосування галілеївськи інваріантних систем рівнянь класу реакції-конвекції-дифузії та конвекції-дифузії, одержаних у дисертації.
- Не встановлено додаткові перетворення еквівалентності для систем рівнянь.
- Зважаючи на широке застосування, було б цікаво використати одержані результати класифікації для побудови точних розв'язків описаних систем рівнянь.

Проте ці зауваження не впливають на загальну високу оцінку дисертації. У цілому можна констатувати, що дисертація Карпалюк Т. О. є закінченим

теоретичним дослідженням, виконаним на високому науковому рівні. Виклад результатів є послідовним і чітким. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота Карпалюк Т. О. «Симетрійна класифікація нелінійних рівнянь конвекції-дифузії відносно алгебр Галілея» відповідає всім вимогам положення «Порядок присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника» щодо кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння.

Офіційний опонент:
кандидат фіз.-мат. наук, професор,
професор кафедри вищої математики
імені проф. Можара В.І. Національного
університету харчових технологій Юрик І.І.

Підпис(и) Юрика
Вчений секретар
завіряю

Надійшов до спеціалізованої вченої ради Д 26 04.05.2016р.
секретар ради Артемиченко Ж.Я.