

Відгук
офіційного опонента
на дисертаційну роботу Заворотинського Андрія Володимировича
“Еліптичні з параметром країові задачі
з невідомими додатковими функціями на межі області”,
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння

Еліптичні оператори з параметром відіграють важливу роль у теорії еліптичних рівнянь та її застосуваннях. Різні класи еліптичних країових задач, що містять параметр, давно виникали в задачах математичної фізики і механіки. Такі задачі досліджувалися у відомих працях М. І. Вішика і Л. А. Люстерника (1957), С. Агмона (1962), М. С. Аграновіча і М. І. Вішика (1964), Л. Франка (1979, 1990, 1997), А. С. Демідова (1973, 1975), Г. І. Ескіна (1973), С. А. Назарова (1981, 1981, 1986), Л. Р. Волевича, Р. Денка і Р. Меннікена (1998, 2000, 2001), Л. Р. Волевича (2006, 2007). Були виділені класи задач, що містять спектральний параметр, великий, або малий параметри. Основні результати теорії таких задач – це теореми про існування, єдиність розв’язків, апріорні оцінки розв’язків у просторах Соболєва зі ста- лими, незалежними від параметра. Ці результати знайшли застосування у дослідженнях параболічних мішаних задач. Зокрема, у дослідженнях таких задач для параболічних рівнянь, нерозв’язаних щодо старшої похідної, а також у теорії країових задач із вільною межею виникають еліптичні країові задачі з параметром та невідомими функціями на межі області.

Наукова новизна дисертації А. В. Заворотинського полягає в тому, що у ній поєднано вказану теорію еліптичних із параметром задач із теорією еліптичних країових задач, що містять невідомі додаткові функції у країових умовах. Остання була започаткована Б. Лавруком (1963-1965); вона має застосування у прикладних задачах і розвинена у працях В. А. Козлова, В. Г. Мазы, Й. Россмана (1997), Л. Р. Волевича та С. Д. Гіндікіна (1999), Я. А. Ройтберга (1999), О. О. Мурача та І. С. Чепурухіної (2014, 2015).

Отож, тема дисертаційної роботи А. В. Заворотинського є безсумнівно актуальну.

Центральним результатом теорії еліптичних краївих задач є еквівалентність еліптичності задачі, її нетеровості та наявності апріорної оцінки розв'язку у придатних парах соболевських просторів. Проблема в одержанні аналогу такого фундаментального результату для еліптичних краївих задач із додатковими невідомими функціями на межі області та параметром досліджується у дисертації А. В. Заворотинського.

У роботі розглянуто задачі як з малим, так і з великим параметром. Параметр входить у рівняння поліноміально. У випадку малого параметра ϵ при $\epsilon = 0$ еліптичне рівняння порядку $2m$ вироджується в рівняння порядку $2\mu < 2m$. У таких еліптичних краївих задачах із параметром класичних умов правильної еліптичності рівняння (при фіксованому параметрі) та накриття (Шапіро-Лопатинського) недостатньо для одержання апріорної оцінки розв'язку у придатних парах класичних соболевських просторів. Основне завдання дисертаційної роботи полягає в одержанні необхідних і достатніх умов, які забезпечують апріорні оцінки розв'язків у придатних парах соболевських просторів для досліджуваних класів задач.

Дисертаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел, що містить 93 найменування.

Як звичайно, вступ і перший розділ присвячено огляду літератури за тематикою дисертації та короткому викладу основних результатів, одержаних у роботі.

Основні результати одержані у другому та третьому розділах. Тут введено і досліджено нові класи еліптичних з параметром краївих задач, які містять додаткові невідомі функції в краївих умовах.

У другому розділі введено клас еліптичних краївих задач із малим параметром та додатковими невідомими функціями на межі області. В окремому випадку (коли відсутні невідомі функції на межі області) він збігається з класом еліптичних із параметром краївих задач, який вивчений Л. Р. Волевічем.

Застосовуючи метод М. І. Вішика і Л. А. Люстерника, в дисертації побудовано формальний асимптотичний розв'язок задачі, який ілюструє введені в означенні умови еліптичності досліджуваної краївої задачі з параметром та невідомими функціями в краївих умовах.

Основними є теореми 2.1 та 2.2 про те, що необхідною й достатньою умовою еліптичності задачі є наявність апріорної оцінки деяких залежних від параметра соболевських норм розв'язку зі сталою, що від параметра не

залежить. Для досягнення цього результату використано метод локалізації (метод "заморожування коефіцієнтів"), згідно з яким доведення основних теорем зводиться до доведення їх аналогів для модельних задач у півпросторі. У процесі доведення одержані різні еквівалентні умови розв'язності крайового символу задачі, що є крайовою задачею для звичайного диференціального рівняння на півосі з невідомими числовими параметрами, побудовано фундаментальну систему розв'язків досліджуваної задачі, одержано її оцінки у залежних від параметра соболевських просторах.

У третьому розділі введено клас еліптичних крайових задач із додатковими невідомими функціями на межі області та великим параметром. Такі задачі називаються слабко еліптичними. Для них встановлено априорні оцінки деяких залежних від параметра соболевських норм розв'язків зі сталими, що від параметра не залежать. Показано, що вони є необхідними і достатніми для еліптичності досліджуваної крайової задачі.

Одержані в дисертації результати викладено чітко, в логічній послідовності. Суттєвих зауважень до дисертаційної роботи немає. Правда, наявні технічні огріхи: описки (наприклад, "відкинimo" на сторінці 37, "счастинна" та $u(x)$ замість $u_k(x)$ на сторінці 40, j замість i у формулі (2.19), "невідої" на сторінці 88), повтор фрази "і у цьому випадку" на сторінці 57, повтор слова "функцією" на сторінці 64, посилання на формулу (2.91) замість (2.185) на сторінках 99, 100.

Основні результати дисертаційної роботи опубліковані у 14 наукових працях. З них 6 статей у наукових виданнях, які включені до переліку фахових видань, при цьому 1 стаття – у журналі, включеному до наукометричних баз Scopus та Web of Science. Решта публікацій – у матеріалах наукових конференцій.

Основні результати опубліковано повністю та своєчасно. Вони доповідались на міжнародних наукових конференціях та наукових семінарах.

Оформлення автореферату та дисертації за своїм обсягом, структурою та змістом відповідають чинним вимогам. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Результати дисертації є новими, строго сформульованими, з детальними доведеннями, що забезпечують їх достовірність.

Дисертація є цілісною і завершеною науковою працею, яка робить позитивний внесок у сучасну теорію еліптичних крайових задач.

Вважаю, що дисертаційна робота «Еліптичні з параметром крайові задачі з невідомими додатковими функціями на межі області» за своїм науковим рівнем, актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає сучасному рівню розвитку математики і всім вимогам чинного «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова КМУ від 24 липня 2013 р. № 567), що висуваються до дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння, а її автор Заворотинський А. В. заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за вказаною спеціальністю.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри диференціальних рівнянь
Львівського національного університету
імені Івана Франка

25.08.2016

Г. П. Лопушанська



*Казінов до спеціалізації
Вчені ради №26.206.02
секретар ради А.В. Лопушанська*