

ВІДГУК
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Заворотинського Андрія Володимировича
“Еліптичні з параметром крайові задачі з невідомими
додатковими функціями на межі області”,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Дисертаційна робота присвячена дослідженню розв'язності еліптичних з параметром (малим або великим) крайових задач з невідомими додатковими функціями на межі області у підходящих просторах Соболєва, норми у яких залежать від параметра.

Еліптичні з малим параметром задачі виникли у роботі М. І. Вішика та Л. А. Люстерника у 1957 році. Теорія таких задач розвинена у роботах Л. Франка, Г. І. Ескіна, Л. Р. Волевіча та інших математиків. Разом з тим роботи Ш. Агмона 1962 року та М. І. Вішика і М. С. Аграновіча 1964 року дали початок теорії еліптичних задач з великим параметром. Узагальненням останніх є задачі, що одержуються із задач з малим параметром шляхом заміни малого параметра на великий. Такі задачі систематично досліджено наприкінці 20-го століття у роботах Л. Р. Волевіча, Р. Денка і Р. Меннікена.

У останній час увагу математиків привертають еліптичні крайові задачі з додатковими невідомими функціями у крайових умовах. Вперше такі задачі було введено та досліджено в роботі Б. Лаврука у 1963 році. Ці задачі виникають при переході від загальної еліптичної крайової задачі до формально спряженої задачі відносно деякої формули Гріна. Побудові теорії цих задач присвячено роботи В. А. Козлова, В. Г. Мазья, Й. Россмана, Л. Р. Волевіча, І. Я. Ройтберга та інших.

Добре відомо, що еліптичні з параметром крайові задачі істотно використовуються при побудові теорії розв'язності мішаних задач для параболічних диференціальних рівнянь. Зокрема, Л. Р. Волевич застосував еліптичні з параметром задачі до дослідження мішаних задач для параболічних рівнянь, які не розв'язні відносно старшої похідної. У крайових умовах таких задач з'являються додаткові невідомі функції. Але загальна теорія таких параболічних задач не була побудована.

З огляду на вище сказане, представляє інтерес дослідження розв'язності еліптичних з параметром крайових задач з невідомими додатковими функціями на межі області. Тому тема роботи безсумнівно є актуальною.

Мета дисертаційної роботи така: виділити два класи задач, для малого і великого параметрів, які є поєднанням еліптичних з параметром крайових задач та еліптичних задач з невідомими додатковими функціями на межі області. Для цих задач встановити необхідні і достатні умови, за яких розв'язки оцінюються через праві частини задачі зі сталими, не залежними від параметра.

Коротко зупинюсь на змісті роботи.

Дисертаційна робота складається з вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел, загалом 167 сторінок.

У вступі обґрутовано актуальність теми і коротко викладено зміст роботи. У першому розділі наведено огляд літератури та сформульовано основні факти теорії еліптичних задач, пов'язаних з досліджуваною тематикою.

У другому розділі досліжується еліптична з малим параметром задача, яка містить додаткові невідомі функції у краївих умовах. Введено потрібні функціональні простори, норми в яких залежать від параметра. Побудовано формальний асимптотичний розв'язок досліджуваної задачі. Доведено версії основного результату для модельних задач у просторі та півпросторі. Доведено основні результати цього розділу (теореми 2.1 і 2.2). Ці результати полягають у тому, що еліптичність з малим параметром досліджуваної задачі є необхідною і достатньою умовою для того, щоб розв'язок задачі задовільняв відповідну апріорну оцінку. Причому, важливо, що за рахунок введення параметра у норми функціональних просторів вдалося одержати цю оцінку зі сталими, що не залежать від параметра.

У третьому розділі досліжується еліптична з великим параметром задача, яка містить додаткові невідомі функції у краївих умовах. По своїй структурі цей розділ є подібним по попереднього. Основні результати цього розділу - теореми 3.1 і 3.2 - є аналогами теорем 2.1 і 2.2 для досліджуваної задачі з великим параметром.

У висновках до дисертації подано перелік її основних наукових результатів.

Список використаних джерел є повним і налічує 93 найменування.

Відмічу, що дисертаційна робота є доволі складною технічно. Автору вдалося подолати значні труднощі при доведенні базових теорем 2.4 і 2.5, які дають інтегральні оцінки фундаментальних розв'язків модельних задач. З огляду на це, вважаю, що для звичайної дисертації цілком достатньо було б результатів другого розділу. Також позитивним моментом роботи є наявність прикладів краївих задач, що є еліптичними з малим та з великим параметром та з невідомими додатковими функціями на межі області (с. 51 і с. 129).

Основним зауваженням до роботи буде таке: занадто схематичне доведення теорем 2.2 і 3.2, що належать до основних результатів. Безумовно, ці теореми є правильними, вони випливають з відповідних теорем (теореми 2.8, 2.10, 3.7) для модельних задач у просторі R^n та півпросторі R_+^n за допомогою стандартних міркувань з використанням локальних координат. Проте, бажано було б у дисертаційній роботі повністю привести ці міркування.

Також відмічу, що робота написана не дуже ретельно і містить чималу кількість описок. Наприклад, у вступі перший і другий абзаци повністю повторюються, на стор. 99 і 100 замість посилання (2.91) має бути (2.185), на стор. 109 замість (3.54) має бути (2.205), тут же після формули (2.205) оператори продовження і звуження не на вісь і піввісь, а на простір R^n і півпростір R_+^n . Останнє речення на стор. 121, мабуть, краще записати так: «Для отримання оцінки (2.91) залишилось скористатись лемами 2.3 і 2.5». На стор. 122 у другому згори речені «За допомогою розбиття одиниці...» певно не вистачає якоїсь частини речення. У останньому реченні стор.122 потрібно

здогадуватись, аналогічні до яких міркувань треба проводити. Те саме стосується і стор. 154. У авторефераті на стор. 5 у п. «Структура дисертації» за містъ фрази «з двох розділів» має бути «з трьох розділів». Наявні описки ускладнюють читання роботи.

Проте вказані недоліки не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

Як побажання, можна розглянути випадок, коли показники регулярності функціональних просторів не обов'язково натуральні числа. Думаю, що результати роботи залишаться правильними і у цьому випадку.

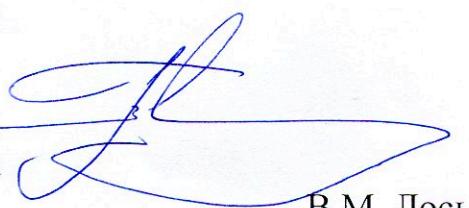
Підсумовуючи, приходжу до таких висновків. Всі основні результати дисертації є новими і достатньо обґрунтованими. Результати роботи повністю представлені в 6 опублікованих статтях у фахових наукових виданнях, серед яких одне входить до наукометричних баз даних Scopus та Web of Science. Вони пройшли апробацію на наукових семінарах та конференціях.

Дисертація відповідає паспорту спеціальності 01.01.02–диференціальні рівняння (напрям дослідження – теорія рівнянь в частинних похідних).

Автореферат правильно та повно відображає зміст дисертації. Вважаю, що дисертаційна робота “Еліптичні з параметром крайові задачі з невідомими додатковими функціями на межі області” відповідає всім вимогам “Порядку присудження наукових ступенів” затвердженого Постановою КМУ №567 від 24.07.2013 зі змінами згідно Постанови КМУ №656 від 19.08.2015, що висуваються до кандидатських дисертацій з математики, а її автор Заворотинський Андрій Володимирович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент,
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
докторант кафедри математичного аналізу та
теорії ймовірностей НТУУ «КПІ»

18 серпня 2016 року



В.М. Лось

