

## Відгук

на дисертаційну роботу Шкапи Вікторії Вікторівни  
“Найкращі наближення та ґріді-алгоритми на класах  $(\psi, \beta)$ -диференційовних  
функцій”, представлену на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-  
математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційна робота Шкапи В. В. присвячена дослідженню швидкості апроксимації класів  $2\pi$ -періодичних функцій, що мають  $(\psi, \beta)$ -похідну, введеною О. І. Степанцем. Зокрема, досліджується швидкість наближення функцій з введених класів сумами Фур'є, найкращі наближення цих функцій, найкращі  $m$ -членні тригонометричні наближення, найкращі ортогональні тригонометричні наближення, білінійні наближення, ґріді-алгоритми та тригонометричні поперечники.

Теорія наближення функцій інтенсивно почала розвиватись в роботах П. Л. Чебишова, К. Вейерштрасса, А. Лебега, С. Н. Бернштейна, Х. Бора, Д. Джексона, де, в основному, увага зосереджувалась на наближенні індивідуальних функцій. Наступним етапом в розвитку теорії апроксимації є наближення класів функцій. Тут добре відомими є основоположні роботи А. Лебега, Ш. Валле-Пуссена, А. М. Колмогорова, С. М. Нікольського, Ж. Фавара та ін. Дослідження цих математиків були продовжені в роботах Н. І. Ахієзера, К. І. Бабенка, В. К. Дзядика, М. П. Корнійчука, М. Г. Крейна, О. В. Єфімова, С. Б. Стєчкіна, О. І. Степанця, С. О. Теляковського, О. П. Тімана, М. П. Тімана, Я. С. Бугрова, П. Л. Ульянова, В. М. Темлякова, К. І. Осколкова, Е. С. Белінського, та ін.

У 1983 році О. І. Степанцем була запропонована нова класифікація функцій, яка більш точно врахувала індивідуальні властивості функцій. З цього часу починається інтенсивний розвиток теорії наближення на класах О. І. Степанця. Це роботи О. І. Степанця і його учнів О. К. Кушпеля, А. С. Романюка, В. В. Савчука, А. С. Сердюка та ін.

На сьогоднішній день в цій тематиці одержано ряд важливих результатів, але вона ще далека від завершення. Дисертація Шкапи В. В. є вагомим внеском у розвиток цієї тематики.

Дисертаційна робота складається з трьох розділів. В першому міститься чітка постановка задач, які будуть розглядатись у роботі, і досить повний огляд літератури і результатів, що стосуються тематики дисертації.

Другий розділ присвячений найкращим  $m$ -членним та ортогональним наближенням класів  $L_{\beta, p}^{\psi}$  у просторі  $L_q$ . Він містить шість підрозділів.

У першому з яких повторюється постановка задач і приведені допоміжні твердження, які використовуються при встановленні результатів. Це дуже зручно для читача.

Другий підрозділ зосереджений на встановленні точних за порядком оцінок найкращих наближень, наближень сумами Фур'є та найкращих ортогональних тригонометричних наближень функції, яка є ядром згортки,

через яку представляються функції з класів  $L_{\beta,p}^{\psi}$ . Цей підрозділ є основним, на нашу думку, у другому розділі.

У третьому підрозділі доведено точні за порядком оцінки найкращих ортогональних тригонометричних наближень класів  $L_{\beta,1}^{\psi}$  у метриці простору  $L_q$ . Особливість результатів цього підрозділу і підрозділу чотири в тому, що розглядається крайній випадок: клас визначено у метриці простору  $L_1$ , а наближення проводиться в метриці  $L_q$ ,  $1 < q < \infty$ .

У п'ятому підрозділі встановлено оцінки найкращих  $m$ -членних і ортогональних тригонометричних наближень класів  $L_{\beta,p}^{\psi}$ ,  $1 < p < \infty$  у просторі  $L_1$ , а у шостому підрозділі встановлено оцінки для таких же апроксимативних характеристик у рівномірній метриці. Автором встановлено, що існують параметри  $p$  і  $q$  для яких величини  $e_m(L_{\beta,p}^{\psi})_q$  та  $e_m^{\perp}(L_{\beta,p}^{\psi})_q$  мають однакові порядки, а також існують  $p$  і  $q$  такі, що ці величини відрізняються за порядком.

Третій розділ роботи присвячений ґріді-алгоритмам та білінійним наближенням класів  $L_{\beta,p}^{\psi}$  у просторах Лебега. Цей розділ складається з трьох підрозділів. У першому з них приведені необхідні означення і допоміжні твердження.

У підрозділі 3.2 встановлено точні за порядком оцінки ґріді-алгоритмів класів  $L_{\beta,p}^{\psi}$  у просторі  $L_q$  для певних співвідношень між параметрами  $p$  та  $q$ . Показано, що існують  $p$  і  $q$  для яких величини найкращих ортогональних тригонометричних наближень та ґріді-алгоритмів співпадають, а також існують такі  $p$  і  $q$  для яких вони відрізняються порядком.

У підрозділі 3.3 встановлено точні за порядком оцінки найкращих білінійних наближень класів функцій  $L_{\beta,p}^{\psi}$ . Виявлено, що порядки найкращих білінійних наближень, колмогоровських поперечників та найкращих  $m$ -членних тригонометричних наближень класів  $L_{\beta,p}^{\psi}$  у розглянутих ситуаціях співпадають.

З аналізу змісту роботи випливає, що дисертаційна робота Шкапи В. В. є актуальною і завершеною науковою працею, в якій отримано нові, важливі для теорії наближень результати, які повністю опубліковані в шести статтях у фахових виданнях, а дві статті опубліковано в Українському математичному журналі.

Одержані автором результати апробовані на ряді міжнародних математичних конференцій і ряді семінарів. Вони свідчать про високий рівень математичної підготовки дисертанта, вміння проводити аналіз одержаних результатів.

В роботі є ряд описок, пропусків слів:

1. На стор. 32 сказано, що величина  $e_m(F)_q$  є більш грубою апроксимативною характеристикою ніж  $e_m^+(F)_q$ . Хоча, на нашу думку, враховуючи нерівність

$$e_m(F)_q \leq e_m^+(F)_q$$

потрібно стверджувати протилежне.

2. На стор. 63 введено множину функцій  $B_{q,\varepsilon}$ . Варто було б привести приклад функції, яка належить цій множині.

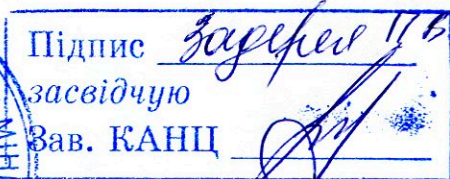
Ці зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Враховуючи все вище сказане, вважаю, що робота Шкапи В. В. "Найкращі наближення та гріди-алгоритми на класах  $(\psi, \beta)$ -диференційовних функцій" за обсягом проведених наукових досліджень, їх науковим рівнем, актуальністю, науковою новизною, кількістю публікацій та рівнем апробації є завершеним науковим дослідженням і задовольняє вимогам пп. 9, 11-13 "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України № 567 від 24.07.2013), щодо кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01- математичний аналіз.

Офіційний опонент  
доктор фіз.-мат. наук, професор,  
завідувач кафедри вищої математики  
Київського національного університету  
технологій та дизайну



Задерей П. В.



Надійшов до Канцелярії  
вченої ради  
секретар ради  
06.09.2016р.  
Артемівською № 81

