

**ВІДЗИВ**  
офіційного опонента на дисертаційну роботу  
Коваленка Валерія Миколайовича  
«Аналітичні методи в фрактальній геометрії»,  
подану на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук  
за спеціальністю 01.01.04 — геометрія та топологія

**Актуальність дослідження.** У своїй дисертації В. М. Коваленко, користуючись різними системами зображення (кодування) дійсних чисел, розробляє аналітичні методи дослідження математичних об'єктів на комплексній площині, які мають фрактальні властивості і детально вивчає дві сім'ї кривих, множину підсум одного класу комплексночленних рядів, а також клас ймовірнісних мір на фракталі Вічека.

Сніжинка Коха — замкнена крива нескінченної довжини, яка не має дотичної у жодній точці, — один з прикладів фрактальних кривих, який чудово ілюструє одну велику проблему теорії фракталів. Побудову цієї кривої дуже легко покроково описати словесно, але такий опис майже нічого не дає для розуміння її внутрішньої складності і, крім того, не може вважатися строгим означенням математичного об'єкта.

Фрактальні об'єкти вимагають нових методів і засобів аналітичного задання і дослідження. І хоча для сніжинки Коха були спроби записати її аналітичне задання, їх не можна вважати задовільними, і ця задача повністю не була розв'язана. Дисертант запропонував ефективне аналітичне задання цієї кривої, використовуючи систему зображення чисел з основою 4 і п'ятисимвольним алфавітом.

Останнім часом математики значно просунулися в дослідженні топологічних, метричних і фрактальних властивостей так званих множин неповних сум (або підсум) абсолютно збіжних рядів з дійсними членами. Але дослідженню такої проблематики щодо рядів з комплексними членами присвячено буквально лише кілька робіт. Тому надзвичайно ці-

кавим є запропоноване в дисертації узагальнення множини неповних сум абсолютно збіжного ряду з комплексними членами і вивчення його властивостей.

Крім того, різні системи зображення чисел можуть бути чи не єдиним ефективним засобом для дослідження ймовірнісних мір, зосереджених на фрактальних кривих. У дисертації це продемонстровано на прикладі ймовірнісних мір, зосереджених на фракталі Вічека.

Таким чином, дисертаційне дослідження В. М. Коваленка є актуальним, своєчасним і важливим.

**Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації.** Всі одержані в дисертації результати наведено з повним і строгим математичним обґрунтуванням, і їхня істинність не викликає сумнівів.

**Достовірність і наукова новизна одержаних результатів.** Достовірність отриманих результатів забезпечується і підтверджується використанням наукових методів, а також повним і строгим доведенням усіх фактів.

**Повнота викладення основних результатів дисертації в опублікованих працях.** Основні результати дисертації достатньо повно висвітлено у 6 наукових статтях у фахових виданнях, а також адекватно відображено в матеріалах всеукраїнських і міжнародних конференцій.

**Характеристика дисертації та автореферату.** Дисертаційна робота В. М. Коваленка складається зі списку основних умовних позначень, вступу, чотирьох розділів (які розбиті на підрозділи), висновків до кожного розділу і загальних висновків, списку використаних джерел та списку публікацій автора. У списку використаних джерел 104 найменування та в списку публікацій автора 13 найменувань. Загальний обсяг дисертації 116 сторінок.

**Розділ 1 «Огляд літератури та концептуальні засади дослідження»** має вступний характер і не містить нових результатів, які виносяться на захист. Тут наведено означення ключових понять та сфор-

мульовано факти, які використовуються в дослідженні. Проведено належний огляд літератури з цієї тематики.

У розділі 2 «Аналітичне задання сніжинки Коха та її модифікацій» розв'язано основну, на мій погляд, задачу дисертаційного дослідження: запропоновано аналітичне задання сніжинки Коха на основі системи числення з основою 4 і п'ятисимвольним алфавітом  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ . Також у цьому розділі побудовано однопараметричну сім'ю фрактальних кривих (яка містить і класичну сніжинку Коха) та описано структурні, топологічні, метричні, фрактальні властивості представників цієї сім'ї.

**Розділ 3 «Геометрія абсолютно збіжних рядів з комплексними членами»** присвячений так званим  $\Sigma$ -множинам. Це компактні підмножини комплексної площини, які узагальнюють поняття множини неповних сум абсолютно збіжних рядів з комплексними членами. Автор детально вивчає тополого-метричні властивості таких множин.

Нарешті, в розділі 4 «Застосування геометрії абсолютно збіжних рядів з комплексними членами» вивчається лебегівська структура (вміст дискретної, абсолютно неперервної та сингулярно неперервної компоненти) і властивості розподілу однієї випадкової величини, заданої дискретними розподілами символів класичного п'ятисимвольного зображення точок фрактала Вічека.

Автореферат достатньо повно і правильно відображає основний зміст дисертації.

**Недоліки та зауваження.** Я не маю принципових зауважень до дисертації, її структури та змісту, повноти обґрунтувань фактів, але є зауваження стосовно оформлення дисертаційного дослідження.

1. Далеко не всі позначення, які використовуються в роботі, знайшли відображення у списку умовних позначень. Наприклад, уже на початку підрозділу 1.1 (с. 21) трапляються позначення вигляду  $\text{diam } A$  і  $L^k A$ . Можна здогадатися, що це діаметр і  $k$ -вимірна міра Лебега множини  $A$ . Але у списку умовних позначень міру Лебега записано по-іншому, а для діаметра немає запису взагалі.

2. В означенні функції  $F$  на с. 8 автореферату є множник  $z_0(t - \alpha_0(t))$ , який не означено раніше. Тут замість  $z_0$  має бути  $f$ .
3. В огляді літератури відсутні посилання на автореферат дисертаційного дослідження Школьного О.В., присвяченого вивченню спектральних властивостей розподілів ймовірностей на комплексній площині з фрактальними носіями.
4. На деякі джерела з списку використаних у роботі немає посилань, і зовсім не тому, що вони у списку літератури зайдуть. А відомі джерела відсутні, тоді як з викладу зрозуміло, що автор з ними знайомий.
5. Чимало понять, які використовуються у роботі, в ній не означуються, що суттєво ускладнюють читання роботи.

**Висновок про дисертацію в цілому.** Попри певні дрібні недоліки вважаю, що дисертаційна робота Коваленка В. М. заслуговує високої оцінки і має реальні перспективи успішного продовження.

Вважаю, що дисертація В. М. Коваленка є самостійним завершеним актуальним науковим дослідженням. Отримані в ній нові наукові результати наведено з повним і строгим обґрунтуванням. Вони мають суттєве теоретичне значення і помітно збагачують теорію фракталів (фрактальний аналіз і фрактальну геометрію) новими фактами та методами, а також математичний аналіз і теорію сингулярних розподілів ймовірностей. Переконаний, їх можна використати у подальших дослідженнях математичних об'єктів з фрактальними властивостями, які проводяться в Інституті математики НАН України, Львівському національному університеті імені І. Франка, Національному педагогічному університеті імені М. П. Драгоманова та інших наукових центрах.

Враховуючи сказане вище, вважаю, що за актуальністю дослідження, науковою новизною і глибиною отриманих результатів, за обсягом проведеного дослідження та якістю публікацій дисертація «Аналітичні методи в фрактальній геометрії» задовільняє вимогам пп. 9, 11-13 "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України

ни № 567 від 24.07.2013) щодо кандидатських дисертацій, а її автор - Коваленко Валерій Миколайович заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.04 - геометрія та топологія.

Офіційний опонент

професор кафедри вищої математики та  
економічної кібернетики

Херсонського державного  
агарного університету

доктор фіз.-мат. наук, професор

Ліценс професора  
заслуженої наукової



Рев'єр

О. Г. Савченко

д.т.  
світ



Казіміров до спеціалізованої  
білої ради № 26-05-09.09.2016 р.  
секретар ради Катерина/Артемчук Г. А./

