

Відгук офіційного опонента
на дисертацію Слуцького О. В.
“Пакувальна фрактальна розмірність та її властивості”,
поданої на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційна робота Слуцького Олександра Васильовича присвячена розвитку теорії пакувальної фрактальної розмірності, яка, будучи самостійним повноцінним альтернативним інструментом дослідження фрактальних множин, у поєднанні з класичною хаусдорфовою розмірністю дозволяє оцінювати рівень регулярності/нерегулярності фрактальних множин (для класичних самоподібних фракталів хаусдорфова та пакувальні розмірності співпадають). Для регулярних (за Tricot) множин (це множини, для яких пакувальна та хаусдорфова розмірності співпадають) мають місце глибокі структурні властивості (зокрема, регулярність однієї з множин є достатньою умовою того щоб хаусдорфова розмірність декартового добутку двох множин дорівнювала сумі розмірностей цих множин). Незважаючи на важливість, техніка обчислення фрактальної пакувальної розмірності розвинена все ще значно менше, ніж для хаусдорфової розмірності (це пояснюється як наявністю одного додаткового граничного переходу в означенні пакувальної розмірності, так і значно коротшим періодом досліджень пакувальної розмірності, які розпочались лише у 80-х роках ХХ століття і значно активізувались протягом останніх 10 років). Тому актуальність рецензованого дисертаційного дослідження не викликає сумніву.

Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, висновків та списку використаної літератури. У вступі обґрунтовано актуальність та зроблено огляд результатів з тематики дослідження, описано основні результати дисертації та їх апробацію.

У першому розділі дисертації «Розмірність Хаусдорфа–Безиковича та пакувальна фрактальна розмірність. Огляд відомих результатів. Порівняння фрактальних розмірностей», з одного боку, наведено необхідні для наступних розділів означення та факти, що стосуються пакувальної та хаусдорфових розмірностей, зроблено порівняння цих розмірностей, а з іншого - зроблено дослідження еквівалентності різних підходів до означення пакувальної розмірності, що дало дисертанту можливість ввести в розгляд означення нецентрованої пакувальної розмірності, яка, як доведено в роботі, для широкого класу метричних просторів співпадає з класичною пакувальною розмірністю, але, на відміну від класичної, допускає природні узагальнення: пакувальні розмірності відносно сімейства куль та пакувальні розмірності відносно сімейств куль та мір.

У другому розділі «Довірчість та порівнянність сімейств куль для обчислення пакувальної розмірності» вказані результати дозволили ввести "пакувальний аналог" розмірності Біллінгслі та довести аналоги теорем Біллінгслі, які є потужними аналітичними інструментами дослідження фрактальних множин. При застосуванні аналогів теорем Біллінгслі для пакувальної розмірності принципову роль відіграють питання довірчості локально тонких систем пакування для обчислення пакувальної розмірності (ці дослідження є важливими і з точки зору розвитку загальних методів обчислення пакувальної розмірності). Значна частина другого розділу дисертації присвячена саме цим питанням. У цьому розділі доведено пакувальну довірчість систем циліндрів s -адичних розкладів, знайдено достатні умови довірчості систем циліндрів, породжених \tilde{Q} -зображеннями, показано принципову різницю між порівнянними сімействами куль та сімействами куль, які є довірчими для обчислення фрактальної пакувальної розмірності. Особливої уваги заслуговує критерій пакувальної довірчості систем циліндрів, породжених зображенням дійсних чисел рядами Кантора, при доведенні якого дисертантом було застосовано як аналітичні, так і ймовірнісні методи дослідження фракталів, нетривіальні власні прийоми та конструкції.

Третій розділ «Тонкі фрактальні властивості мір, пов'язані з пакувальною розмірністю. PDP -перетворення» дисертації присвячений дослідженню тонких фрактальних властивостей ймовірнісних мір з незалежними символами розкладів Кантора та \tilde{Q} -зображень. У цьому ж розділі закладено основи теорії перетворень, які зберігають пакувальну розмірність (PDP -перетворень) та показано як розвинені в дисертації методи можуть бути застосованими до дослідження класів PDP -перетворень (PDP -властивостей функцій розподілу випадкових величин з незалежними символами розкладів Кантора та \tilde{Q} -зображень). У цьому розділі, зокрема, знайдено явну формулу для обчислення пакувальної розмірності мінімальних розмірнісних носіїв таких мір; знайдено загальні необхідні умови належності перетворення до PDP -класу; для широкого класу перетворень, що породжені розподілами випадкових величин з незалежними символами розкладів Кантора та поліосновних \tilde{Q} -зображень, знайдено необхідні та достатні умови збереження фрактальної пакувальної розмірності.

Дисертація Слуцького Олександра Васильовича є завершеним науковим дослідженням, у якому суттєво збагачена теорія фрактальної пакувальної розмірності; закладено основи перетворень, які зберігають пакувальну розмірність; створено нові методи обчислення пакувальної розмірності; досліджено тонкі фрактальні властивості ймовірнісних мір, породжених поліосновними \tilde{Q} -зображеннями дійсних чисел та розкладами Кантора; і яке безумовно знайде застосування у фрактальному аналізі множин, функцій та мір, теорії ймовірностей, метричній теорії чисел, теорії динамічних систем, теорії функцій, фрактальній

геометрії. В дисертації отримано ряд першокласних математичних результатів з використанням оригінальних підходів та конструкцій. Доведення всіх теорем проведено досить ретельно і їх правильність не викликає сумнівів. Основні результати дисертації належним чином відображені у публікаціях автора та пройшли належну апробацію під час виступу на провідних наукових семінарах України та серії міжнародних конференцій (включаючи доповідь на профільній конференції “Fractal Geometry and Stochastics”, яка раз на 5 років проходить в Німеччині і збирає провідних світових експертів в галузі фрактального аналізу та його застосувань в теорії ймовірностей).

Автореферат повно і правильно відображає зміст дисертації.

У той же час дисертація не позбавлена певних недоліків.

1) Зміст дисертації можна було б дещо компактизувати, врахувавши, що s -адичні розклади є частковим випадком розкладів Кантора та \tilde{Q} -зображень (тому теореми про пакувальну довірчість систем циліндрів s -адичного розкладу можна отримати як наслідок більш загальних результатів, які містяться в дисертації);

2) перелік властивостей (та їх доведення) пакувальних передмір, пакувальних мір та пакувальних розмірностей (та їх узагальнень) можна було б краще структурувати, довівши властивості у найзагальнішій постановці;

3) дисертація містить певну кількість описок.

Зазначу, що вказані недоліки не впливають на загальну високу оцінку дисертації. Вважаю, що дисертаційна робота “Пакувальна фрактальна розмірність та її властивості” відповідає вимогам “Порядку присудження наукових ступенів” (Постанова Кабінету міністрів України № 567 від 24.07.2013) щодо кандидатських дисертацій, а її автор — Слущкий Олександр Васильович — безумовно заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент

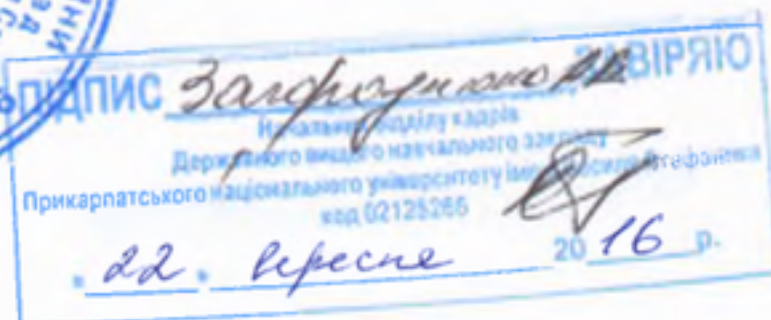
Доктор фізико-математичних наук, професор,

проректор з наукової роботи

ДВНЗ “Прикарпатський національний

університет імені Василя Стефаника

Загороднюк А.В.



Інститут математики НАН України
 Академія наук України
 І.К. 02125266
 01 13.03.2016р.
 1 Артемигенко М.Я.