

ВІДГУК

офіційного опонента доктора фізико-математичних наук Черевка Ігоря Михайловича про дисертацію Єрьоміної Т.О. “Неперервні розв'язки систем різницево-функціональних рівнянь і їх властивості”, подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.02 — диференціальні рівняння.

Теорія різницевих рівнянь з неперервним аргументом знаходить широке застосування в різноманітних галузях природознавства. Такі рівняння все частіше використовуються при моделюванні нелінійних явищ і процесів, що відбуваються в системах різноманітної природи. На даний час існує багато оригінальних робіт, в яких досліджено велику кількість питань, що стосуються їх теорії. Ряд результатів теорії різницевих рівнянь одержані як природні аналоги відповідних результатів в теорії диференціальних рівнянь, це зокрема стосується теорії стійкості Ляпунова. Однак теорія різницевих рівнянь в багатьох випадках є значно багатшою ніж теорія диференціальних рівнянь, наприклад розв'язки найпростіших лінійних різницевих рівнянь можуть мати хаотичні орбіти та різні ефекти, які можливі тільки у диференціальних рівнянь високих порядків.

Незважаючи на наявність великої кількості робіт, в яких вивчалися різницеві рівняння, в сучасній теорії різницевих рівнянь з неперервним аргументом існують питання, які вивчені досить мало. До них відносяться, зокрема, питання існування та єдиності неперервних розв'язків широких класів різницевих рівнянь і дослідження структури їх множини, що описуються, в основному, в даній дисертації. Оскільки ці питання мають важливе значення для подальшого розвитку теорії різницевих рівнянь, то тема дисертаційної роботи є, на наш погляд, важливою і актуальною.

Основні результати роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаних джерел (93 найменування).

У першому розділі дисертації наведений достатньо детальний огляд результатів інших авторів, які є близькими до теми дисертаційної роботи.

Основні наукові результати, які виносяться на захист, наведено в другому, третьому та четвертому розділах.

У другому розділі дисертації розглядаються різницево-функціональні рівняння із лінійно перетвореним аргументом

$$x(qt) = a(t)x(t) + b(t)x(t+1) + f(t),$$

де $t \in \mathfrak{R}^+ = (0, +\infty)$, $a(t)$, $b(t)$, $f(t)$ - деякі дійсні функції, а q - дійсна стала. Досліджуються питання існування неперервних розв'язків таких рівнянь і вивчаються їх властивості. Основна увага зосереджена на вивченні питань існування неперервних обмежених розв'язків таких рівнянь, розроблено метод побудови сім'ї неперервних при $t \geq T > 0$ розв'язків широких класів лінійних однорідних різницево-функціональних рівнянь та досліджено неперервні розв'язки таких рівнянь із багатьма відхиленнями аргументу.

У третьому розділі дисертації вивчаються властивості та досліджуються питання існування неперервних обмежених розв'язків систем різницево-функціональних рівнянь вигляду

$$x(qt) = A(t)x(t) + B(t)x(t+1) + F(t) \quad (1)$$

де $t \in \mathfrak{R}^+ = [0, +\infty)$, $A(t)$, $B(t)$ - дійсні $(n \times n)$ -матриці, $F(t)$ - дійсний вектор розмірності n , q - деяка дійсна стала, також досліджено структуру множини неперервних розв'язків таких систем у критичному та у гіперболічному випадках. Основними результатами цього розділу є теореми, в яких наводяться достатні умови існування сім'ї неперервних обмежених розв'язків однорідних системи різницево-функціональних рівнянь вигляду

$$y(qt) = \Lambda y(t) + \tilde{B}y(t+1),$$

де $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, $\tilde{B} = C^{-1}BC$.

У четвертому розділі роботи вивчаються питання існування та єдиності неперервних розв'язків спеціальної системи нелінійних функціональних рівнянь вигляду

$$x(qt) = F(t, x(t), x(t + f_1(t, x(t))), \dots, x(t + f_k(t, x(t))), \varepsilon),$$

де $t \in \mathfrak{R}$, $q = \text{const} \neq 0, 1$, $\varepsilon \ll 1$. Зокрема, при певних умовах, доведено існування та єдиність неперервного при $t \in \mathfrak{R}$ розв'язку. Також розроблено метод побудови неперервних розв'язків двох видів систем нелінійних різницево-функціональних рівнянь

$$x(qt) = \Lambda x(t) + f(t, x(t+1)),$$

$$x(qt) = \Lambda x(t) + f(t, x(t), x(t+1))$$

де $t \in \mathfrak{R}$, Λ - дійсна $(n \times n)$ -матриця вигляду $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, $f: \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$, q - деяка дійсна стала, у випадках як додатних так і від'ємних власних чисел матриці Λ :

- 1) $|\lambda_i| > 1$, $i = 1, \dots, n$, $0 < q < 1$,
- 2) $|\lambda_i| < 1$, $i = 1, \dots, n$, $q > 1$.

Наукова новизна і ступінь обґрунтованості результатів дисертації. Основні результати даної дисертації, які виносяться на захист, є новими і математично обґрунтованими. Всі доведення теорем є повними та коректними. Ідеї та підходи, які при цьому використані, є результативними, дають можливість досить детально описати структуру множини неперервних розв'язків широких класів функціонально-різницевих рівнянь.

Теоретична та практична цінність роботи. Отримані в даній роботі результати, спрямовані на постановку та розв'язання нових наукових задач в теорії різницевих рівнянь. Робота має теоретичний характер. Разом із цим її результати можуть бути використані при дослідженні конкретних різницевих рівнянь, які виникають при моделюванні реальних процесів.

Повнота викладу в опублікованих працях та апробація роботи. Всі основні результати і висновки дисертаційної роботи досить повно висвітлені в наукових публікаціях автора у фахових виданнях, достатньо апробовані на наукових конференціях і семінарах. Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації.

Дисертація Єрмоїної Т.О. відповідає всім вимогам за кількістю публікацій (5 статей) за темою дисертації у фахових виданнях, затверджених ДАК України, а також вимогам щодо об'єму та оформлення роботи. Дисертація відповідає паспорту спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Зауваження та побажання.

1. У роботі зустрічаються стилістичні неточності, наприклад: зусилля наукового середовища, по всіх змінних, при умові тощо, а також деякі технічні описки (стор. 16, 19, 23, 42, 43, 102 та ін.).
2. Умова $\gamma = \frac{\ln a}{\ln q} < 0$ на стор. 43 справджується завжди, якщо виконуються припущення 1) $0 < q < 1, a > 1$, тому вимагати її не потрібно в припущенні 2).
3. У пункті 3.1 всі твердження доведені для сталої матриці B . У зв'язку з цим наведена без доведення теорема 3.4 для випадку змінної матриці $B(t)$ потребує, на нашу думку, більш детального розгляду.
4. Для одержання оцінок (3.48₀) та (3.56₀) доцільно було б виписати зображення загального неперервного розв'язку відповідних систем різницевих рівнянь.

5. Умова 3 на стор. 109 при малих L_0, L, l'_i, l''_i виконується автоматично, тому її доцільно сформулювати так: сталі L_0, L, l'_i, l''_i такі, що справджується співвідношення

Зазначимо, що зроблені зауваження та побажання не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

Висновок. Оцінюючи дисертаційну роботу в цілому, є всі підстави стверджувати, що за актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень і науковою цінністю одержаних в ній результатів, дисертаційна робота Єр'оміної Тетяни Олександрівни “Неперервні розв'язки систем різницево-функціональних рівнянь і їх властивості” відповідає вимогам “Порядку присудження наукових ступенів” та вимогам Міністерства освіти та науки України щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння, а її автор Єр'оміна Тетяна Олександрівна заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Офіційний опонент
доктор фіз.-мат. наук, професор

І.М. Червко

Підпис *І.М. Червко* свідчую
Учений секретар Чернівецького національного
університету імені Юрія Федьковича
"16" " " 2016



*Надійшов до спеціалізованої
вченої ради D26.206.02 21.09.2016р.
секретар ради *Лл-1 Артемівська**

