

## Відгук

### офіційного опонента

на дисертаційну роботу **Покутного Олександра Олексійовича**

**«Нормально-розв'язні країові задачі для операторно-диференціальних рівнянь»,**

подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Одним із питань у якісній теорії звичайних диференціальних рівнянь є питання про існування періодичних розв'язків та розв'язків загальних країових задач. Такими питаннями займалися ще А. Пуанкарє та А. Ляпунов. Країовими задачами для відповідного класу рівнянь моделюються реальні процеси в фізиці, економіці, хімії та інших галузях. Тому розробка ефективних та конструктивних методів дослідження таких задач є задачею актуальною й важливою як з теоретичної точки зору, так й практичної. Саме цим питанням й присвячена дисертаційна робота Покутного О. О., яка складається зі вступу та восьми розділів.

У вступі обґруntовується актуальність теми дослідження та доцільність використання тих чи інших методів, наводяться основні результати дисертаційної роботи та проводиться порівняльний аналіз з існуючими роботами.

У подальших розділах наводяться основні відомості, необхідні для отримання основних результатів, і проводиться дослідження країових задач для операторно-диференціальних рівнянь.

Для дослідження питання існування розв'язків операторних нелінійних рівнянь запропоновано підхід, що дозволяє шукати розв'язки в нерегулярному резонансному випадку, коли порушується єдиність розв'язку. Для таких задач не працює звичайна теорія степеня відображення та стандартні теореми про нерухомі точки (теореми Банаха, Брауера). Дисертантом було запропоновано

модифікацію відповідних методів, що дозволили досліджувати такі задачі. Крім того, запропоновано збіжні ітераційні алгоритми, за допомогою яких можна знаходити розв'язки відповідних нелінійних рівнянь. Отримані результати застосовуються в наступних розділах дисертації при дослідженні нелінійних краївих задач для операторно-диференціальних рівнянь. Слід зауважити, що в загальному випадку лінеарізована частина таких рівнянь є нормальнорозв'язним оператором, тобто має замкнену множину значень. Для рівнянь, лінійна частина яких не є нормальнорозв'язним оператором, в дисертації побудовано розширення відповідного простору та оператора так, що розширений оператор має замкнену множину значень. Це дозволяє застосовувати раніше відомі результати з теорії узагальнено-обернених та псевдообернених за Муром-Пенроузом операторів до дослідження таких задач, що є розвиненням відомого методу Ляпунова – Шмідта.

Один із розділів присвячений питанню існування обмежених на всій осі розв'язків краївих задач для операторно-диференціальних рівнянь у просторах Фреше, Банаха та Гільберта за умов експоненціальної дихотомії на півосіях відповідного однорідного рівняння. Вивчено клас систем, розв'язки яких можуть як з експоненціальною швидкістю зростати, так й з експоненціальною швидкістю спадати. Відповідне означення було відомим для операторно-диференціальних рівнянь в скінченновимірних просторах та нескінченновимірних просторах Банаха. Дисертантом було розвинуто відповідні означення для локально-опуклих просторів та просторів Фреше й побудовано теорію існування обмежених розв'язків операторно-диференціальних рівнянь у просторах з обмеженими та необмеженими операторними коефіцієнтами. Ілюстрацією цих результатів є теорема про існування слабко майже періодичних розв'язків рівнянь в нескінченновимірних просторах зі слабкою топологією (що відносяться до просторів Фреше).

На мій погляд, одним з основних результатів дисертаційної роботи є питання про умови біfurкації та розгалуження розв'язків краївих задач для операторно-диференціальних рівнянь на основі методів узагальнено-обернених

та псевдо- обернених за Муром-Пенроузом операторів та методу Вішика-Люстерніка. Як приклад ефективності запропонованих в дисертації підходів досліджено крайові задачі для операторно-диференціальних рівнянь типу Ляпунова та Ріккаті у просторах Гільберта.

До недоліків та побажань до роботи відмітимо наступні:

1. Було б доцільно вказати більш детально порівняльні характеристики отриманих в роботі результатів для рівнянь типу Хіла, Ляпунова та Ріккаті, Шрьодінгера та Ван дер Поля з раніше відомими результатами.
2. Є декілька граматичних помилок та певних неточностей:  
наприклад 5 стор. порожня.

Вказані зауваження не знижують теоретичної та практичної цінності дисертаційної роботи і не впливають на її загальну позитивну оцінку. Основні результати дисертації мають теоретичну спрямованість і можуть бути використані при дослідженні умов існування і побудові розв'язків різноманітних задач економіки, хімії, біології тощо. Одержані результати можуть ввійти в програму спеціальних курсів для студентів та аспірантів на математичних спеціальностях університетів та інститутів, а також рекомендовані для використання науковцям Інституту математики НАН України, співробітникам Київського, Львівського, Одеського, Чернівецького національних університетів та інших наукових установ, де проводяться дослідження із суміжних питань.

Результати дисертаційних досліджень пройшли достатню апробацію та в повній мірі опубліковані в 14 самостійних та 15 роботах, написаних у співавторстві, серед публікацій – 7 англомовних та 13 статей опубліковано в журналах з імпакт-фактором.

Відзначу, що дисертаційна робота присвячена дослідженню актуальних і важливих питань теорії крайових задач і є завершеною науковою працею. Одержані в ній результати є новими, строго обґрунтованими і в сукупності вирішують актуальну наукову проблему знаходження розв'язків лінійних та нелінійних крайових задач для операторно-диференціальних рівнянь.

Автореферат правильно і повно відображає зміст дисертації.

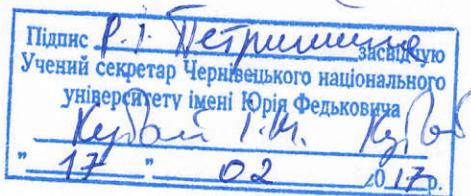
На підставі висловленого вище, вважаю, що дисертаційна робота «Нормально-розв'язні країові задачі для операторно-диференціальних рівнянь» виконана на високому науковому рівні та відповідає вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України 24 липня 2013 р. за № 567 (зі змінами), а її автор Покутний Олександр Олексійович заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук,  
професор



P. I. Петришин



спеціалізованої  
20.02.2017 р.  
Артеменчик Н. С./