

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Покутного Олександра Олексійовича "Нормально-розв'язні крайові задачі для операторно-диференціальних рівнянь" на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Багато з того, що оточує нас, що ми бачимо, що відчуваємо, моделюється за допомогою крайових задач для операторно-диференціальних рівнянь у функціональних просторах. Ці задачі можуть бути досить складними. Тому для їх розв'язання потрібний відповідний математичний апарат. Таким зручним для дослідження задач, що розглядаються, є побудований у дисертації математичний апарат, в основі якого лежать сильні узагальнена оборотність та псевдооборотність нормально розв'язних операторів з доповнювальними ядрами та образами у функціональних просторах, а також уведений в розгляд поняття узагальнених розв'язків та узагальнених квазі-розв'язків лінійних рівнянь із обмеженим оператором, що може не мати замкнену множину значень. Зазначимо, що ядра та коядра досліджуваних операторів можуть не бути лінійно ізоморфними.

Проведені в дисертації дослідження важливі як для операторно-диференціальних рівнянь та теорії операторів, так і для їх численних застосувань.

Основною метою дисертаційної роботи є розробка методів дослідження крайових задач для операторно-диференціальних рівнянь у просторах Фреше, Банаха та Гільберта, лінійна частина яких є нормально-розв'язним оператором у випадку, коли порушується єдиність розв'язку.

Оскільки крайові задачі для таких рівнянь моделюють різноманітні процеси природи та суспільства, то **практична значимість** результатів дисертації не викликає сумнівів і подальший розвиток теорії нормально-розв'язних крайових задач для досліджуваних рівнянь є **актуальним**.

Дисертація складається зі вступу, восьми розділів, висновків та списку використаних джерел, що містить 475 найменувань. Загальний обсяг роботи складає 345 сторінок.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, висвітлено зв'язок роботи з науковими програмами, вказано мету, задачі й методи дослідження, наукову новизну результатів дисертації, теоретичне й практичне значення отриманих результатів, їх апробацію тощо.

У **першому розділі** наведено огляд літератури з теорії топологічних просторів, узагальнено-обернених і псевдообернених операторів та твердження й означення, що використовуються в наступних розділах.

У **другому розділі** розроблено апарат теорії сильних узагальнено-обернених та псевдообернених операторів. Тут спочатку (в п. 2.1) визначаються сильні псевдообернені оператори у просторах Гільберта і сильні узагальнено-обернені оператори у просторах Фреше та Банаха та сильні узагальнені розв'язки й узагальнені квазірозв'язки лінійних рівнянь з обмеженим оператором (у п. 2.2). Також наведено загальний вигляд цих розв'язків. Далі (в п. 2.3) наведено умови розв'язності лінійних рівнянь із нормально-розв'язним оператором. У п. 2.4 і 2.5 для операторних рівнянь у просторах Банаха і Фреше з необов'язково стискаючим оператором узагальнено метод рядів Неймана та наведено формули знаходження псевдообернених за Муром-Пенроузом матриць відповідно. У п. 2.6 з використанням побудованих сильних псевдообернених та узагальнено-обернених операторів доведено теореми розв'язності для нелінійних операторних рівнянь.

Третій розділ присвячено крайовим задачам для операторно-диференціальних рівнянь у просторах Банаха та Гільберта.

У п. 3.1 досліджено періодичну та двоточкову крайову задачу для операторно-диференціального рівняння Хіла у просторі Гільберта, знайдено необхідні і достаточні умови існування узагальнених розв'язків даної задачі та знайдено зображення відповідних узагальнених розв'язків. Для цих рівнянь (у п. 3.2) також знайдено умови біфуркації розв'язків.

У п. 3.3 у випадку простору Банаха знайдено необхідні та достатні умови розв'язності параметричної крайової задачі з періодичними операторними коефіцієнтами.

Четвертий розділ присвячено експоненціальній дихотомії та обмеженим розв'язкам диференціальних рівнянь у просторах Фреше та Банаха.

У п. 4.1 отримано необхідні та достатні умови існування обмежених

розв'язків лінійних операторно-диференціальних рівнянь у просторі Банаха з необмеженими операторними коефіцієнтами за умов експоненціальної дихотомії на півосях. Для аналогічних рівнянь із малими сильно диференційовними нелінійними збуреннями (у п. 4.2) також отримано умови існування обмежених розв'язків.

У п. 4.3 запропоновано означення експоненціальної дихотомії в локально-опуклих просторах та просторах Фреше і наведено необхідні та достатні умови існування узагальнених обмежених розв'язків лінійних диференціальних рівнянь із необмеженим оператором у просторі Фреше.

Також встановлено умови існування обмежених розв'язків крайових задач на всій осі з умовами на нескінченності (у п. 4.4), обґрунтовано метод параметризації та побудовано чисельно-аналітичний метод для апроксимації розв'язків операторно-диференціальних рівнянь (у п. 4.5).

Отримані у попередніх розділах результати застосовано в **п'ятому розділі** до дослідження рівняння Шредінгера у просторі Гільберта.

У **шостому розділі**, що аналогічний третьому розділу дисертації, досліджуються різницеві рівняння у просторі Банаха. Тут отримано необхідні та достатні умови існування періодичних розв'язків лінійних різницевих рівнянь з використанням поняття відносного спектра лінійного оператора та ергодичної теореми (у п. 6.1), необхідні та достатні умови існування обмежених розв'язків різницевих рівнянь за умов дихотомії на півосях відповідних однорідних рівнянь (у п. 6.2) та умови біфуркації розв'язків лінійних різницевих рівнянь (у п. 6.3).

Сьомий розділ присвячено дослідженню операторно-диференціальних рівнянь, не розв'язаних відносно похідної. У п. 7.1 досліджено структуру та умови біфуркації розв'язків лінійних диференціально-алгебраїчних рівнянь із виродженою матрицею при похідній, у п. 7.2 – необхідні та достатні умови існування розв'язків аналогічних диференціально-алгебраїчних рівнянь із нелінійними збуреннями, а у п. 7.3 – операторне рівняння із запізненням типу Соболева-Гальперна та умови його керованості.

У **восьмому розділі** отримано умови розв'язності крайових задач для операторно-диференціальних рівнянь Ляпунова та Ріккати у просторі Гільберта.

Основними результатами дисертації є:

- побудовано теорію розв'язності крайових задач для операторно-диференціальних рівнянь, лінеаризована частина яких є нормально-розв'язним оператором;
- побудовано проектори на ядро та коядро оператора для нормально-розв'язних лінійних рівнянь у просторі Банаха;
- уведено поняття сильного узагальнено-оберненого та псевдооберненого операторів у просторах Фреше, Банаха та Гільберта; уведено поняття узагальнених розв'язків та узагальнених квазірозв'язків лінійних операторних рівнянь із обмеженим оператором, що має не обов'язково замкнену множину значень; побудовано теорію розв'язності таких рівнянь та зображено відповідні множини розв'язків;
- досліджено періодичну та двоточкову крайову задачу для операторно-диференціального рівняння Хіла у просторі Гільберта;
- досліджено параметричну крайову задачу з періодичними операторними коефіцієнтами у просторі Банаха;
- отримано необхідні та достатні умови існування обмежених розв'язків лінійних і нелінійних операторно-диференціальних рівнянь у просторах Банаха, Фреше та Гільберта з необмеженими операторними коефіцієнтами за умов експоненціальної дихотомії на півосях;
- знайдено умови розв'язності крайових задач для операторно-диференціальних рівнянь Шредінгера, Ляпунова та Ріккати.

Зауваження до дисертації та побажання:

- у нелінійному диференціальному рівнянні (4.17) бажано було б відмовитися від диференційовності оператора Z ;
- у теоремі 6.1 бажано було б замінити співвідношення (6.4) більш простішим співвідношенням;
- шостий розділ "Різницеві рівняння у просторі Банаха" можна було б не включати в дисертацію;
- є огріхи редакційного характеру: на с. 60 перед теоремою 1.1 потрібно замінити "опкулого" на "опуклого"; на с. 63 після "Попова М. М. в" потрібно замінити [208] на [216]; у списку літератури на с. 293, 307 та 310 бажано, щоб рядки не містили лише "с." тощо.

Однак, наведені зауваження не впливають на позитивну оцінку дисертації О. О. Покутного.

Одержані в дисертації результати є новими, наведені в ній ідеї і твердження сформульовано чітко, теореми супроводжуються детальними доведеннями, що засвідчує їх достовірність.

Результати дисертації О. О. Покутного в повному обсязі та своєчасно опубліковано в 29 працях, що входять до міжнародних наукометричних баз даних Scopus, Thomson Reuters, zbMath та відповідають вимогам фахових наукових видань. Додатково результати дисертації відображені у 17 збірниках матеріалів і тез міжнародних конференцій та наукових шкіл.

Автореферат повно і правильно відображає зміст дисертації.

Результати дисертації мають як теоретичну, так і практичну значимість, а сама дисертація є вагомим внеском до теорії нормально-розв'язних крайових задач для операторно-диференціальних рівнянь.

Вважаю, що дисертаційна робота "Нормально-розв'язні крайові задачі для операторно-диференціальних рівнянь" є завершеним науковим дослідженням і задовольняє вимогам "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 року за № 567 (зі змінами), а її автор – Покутний Олександр Олександрович – заслуговує на присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент –
член-кореспондент НАН України,
доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри вищої математики
Національного університету водного
господарства та природокористування

Слюсарчук В. Ю.

Підпис Слюсарчука В. Ю. засвідчує
Учений секретар

Давидчук В. І.



до спеціалізованої
Д 26.206.02 13.02.2017р.
спр- / Артемюк О. С. /