

## Відгук

на дисертаційну роботу Стефанчук М. В. «Узагальнено опуклі множини та їх застосування»,  
представлену на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за  
спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Робота Стефанчук М.В. присвячена розв'язанню узагальненої задачі про тінь, дослідженню деяких властивостей узагальнено опуклих множин та функцій в евклідових просторах, та побудові множини міри нуль, яка містить сфери довільних радіусів.

Опуклий аналіз — це область математики, яка безпосередньо прилягає до класичного аналізу, з одного боку, та до геометрії та топології — з іншого. Бурхливий розвиток теорії опуклих множин припадає на 20-ті роки ХХ століття, і пов'язаний з іменами Г. Мінковського, Т. Боннезена та В. Фенхеля.

В 1935 році Г. Беенке та Е. Пешл ввели комплексний варіант опуклості під назвою лінійна опуклість, яка активно використовується у комплексному аналізі з 60-х років минулого століття, передусім в роботах А. Мартіно та Л. Айзенберга.

Лінійна опуклість та її аналоги в останні десятиріччя інтенсивно вивчається багатьма математиками. В Україні одержані вагомі досягнення з цієї тематики Ю.Б. Зелінським та його учнями.

Дана дисертаційна робота присвячена теорії узагальнено опуклих множин та узагальнено опуклих функцій в евклідових просторах. Одержані в роботі результати та методика їх отримання є актуальними та можуть використовуватися при дослідженні питань опуклого та гіперкомплексного аналізу, а також теорії відображень.

Дисертація Стефанчук М. В. складається із вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаних джерел і займає 127 сторінок.

У вступі наведена загальна характеристика роботи та відображені основні її результати.

У першому розділі здійснений досить повний огляд літератури за темою роботи, наведені основні відомі теореми та стисло викладені власні результати.

У другому розділі дисертації розв'язано класичну задачу про тінь, сформульовану Г. Худайбергеновим у 1982 році.

У дисертаційній роботі показано, що при  $n > 2$  у просторі  $R^n$   $(n + 1)$ -на куля створить тінь у центрі  $(n-1)$ -вимірної сфери. Крім цього, досліджено ряд узагальнень класичної задачі про тінь (задачу про тінь для півопуклості, задачу про тінь для довільної точки внутрішності сфери, задачу про тінь для сім'ї множин, отриманих із заданої опуклої множини з непорожньою внутрішністю за допомогою групи геометричних перетворень, яка складається з паралельних перенесень та гомотетій у випадках 1-опуклості та 1-півопуклості, а також задачу про тінь в комплексному та гіперкомплексному просторах).

У третьому розділі дисертації в евклідовому просторі  $R^n$  при  $n > 2$ , побудовано множину  $n$ -вимірної лебегової міри нуль, яка містить сфери довільних скінченних радіусів. Дана теорема є узагальненням задачі Безіковича і Радо, розв'язаної ними на евклідовій площині. Ними побудована плоска множина лебегової міри нуль, яка містить кола довільних скінченних радіусів.

Четвертий розділ дисертаційної роботи присвячений дослідженню екстремальних елементів у просторі  $H^n$ . Основним результатом цього розділу є узагальнення теореми Клі опуклого аналізу у гіперкомплексному випадку, яка стверджує, що опукла множина є опуклою оболонкою своїх екстремальних точок та екстремальних променів. У просторі  $H^n$  побудовано клас множин (ці множини названі  $H$ -квазіопуклими), замкнений відносно перетинів, який містить клас сильно гіперкомплексно опуклих множин.

П'ятий розділ дисертації присвячений узагальненню результатів щодо багатозначних функцій в  $n$ -вимірному комплексному просторі  $C^n$  на  $n$ -вимірний гіперкомплексний простір  $H^n$ . Введено поняття лінійно опуклої та спряженої функцій у цьому просторі та досліджено ряд властивостей цих функцій. Основним результатом цього розділу є гіперкомплексний аналог теореми

Фенхеля-Моро: у просторі  $H^n$  власна функція буде лінійно опуклою тоді і тільки тоді, коли вона співпадає з двічі спряженою до неї функцією.

Результати дисертації опубліковані у шести наукових працях у наукових виданнях, внесених МОН України до переліку фахових видань з фізико-математичних наук. Дві роботи надруковано у виданні, внесеному до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science, Reference List Journal of MathSciNet). Результати дисертаційної роботи пройшли належну апробацію. Автореферат правильно і достатньо повно відображає зміст дисертації. Зауваження до роботи:

- в роботі зустрічається ряд не граматично побудованих речень;
- на с. 47 у формулюванні теореми 2.3.1 замість слів “належність центра сфери” доцільно вжити “належність центра кола”;
- на с. 70 другий абзац замість “для створення тіні в початку координат” потрібно писати “для створення тіні у центрі кола”;
- на с. 70 третій абзац замість “для створення тіні в центрі сфери” слід писати “для створення тіні у центрі сфери”;
- на с. 70 четвертий абзац замість “для створення тіні в довільній точці” слід писати “для створення тіні у довільній точці”;
- на с. 73 останній абзац замість “є одним з основних компонентів побудови” потрібно писати “є одним з основних етапів побудови”;
- на с. 82 перший абзац замість нерівності  $a \leq r < a$  потрібно написати нерівність  $a \leq r < b$ .

Ці недоліки не є суттєвими і не знижують наукової цінності дисертації. Робота М. В. Стефанчук є завершеною науковою працею, присвяченою дослідженню актуальних наукових проблем. За обсягом проведених наукових досліджень, їх актуальністю, науковою новизною, значимістю отриманих результатів та кількістю публікацій дисертаційна робота “Узагальнено опуклі множини та їх застосування” відповідає сучасному рівню розвитку математики та всім вимогам пп. 11, 14 “Порядку присудження наукових ступенів” (Постанова КМУ від 24 липня 2013 р. No 567), що висуваються до

кандидатських дисертацій з математики за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз, а її автор заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач кафедри вищої математики  
Київського національного університету технологій і дизайну

П. В. Задерей

1.03.2017р.



Кандидатський дисертацій з математики спеціалізованої вченої ради Д-26.200  
секретар ради *[Signature]* 1 Артемченко Ж.С. 1

