

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Солдатова Віталія Олександровича
«Неперервність за параметром розв'язків
одновимірних крайових задач у просторах Гельдера»,
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння

Дисертаційна робота В. О. Солдатова присвячена важливому питанню сучасної теорії звичайних диференціальних рівнянь про умови неперервності за параметром їх розв'язків. Для задачі Коші це питання досить повно досліджено у роботах І. І. Гіхмана, М. А. Красносельського і С. Г. Крейна, Я. Курцвейля і З. Ворела, А. М. Самойленка та інших. Залежні від параметра одновимірні крайові задачі, навіть лінійні, вивчені суттєво менш повно. У роботах І. Т. Кігурадзе і М. Ашордія досліджено введені раніше загальні крайові задачі для систем лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, для яких отримано достатні умови неперервності розв'язків за параметром у метриці рівномірної збіжності. Ці результати суттєво уточнено й узагальнено у недавніх статтях В. А. Михайлеця і його учнів. Вони ж ввели нові максимально широкі класи лінійних крайових задач, для систем диференціальних рівнянь першого порядку, розв'язки яких належать до функціональних просторів Соболева або до просторів $C^{(l)}$ гладких функцій. Такі задачі названо тотальними щодо відповідного простору і для них отримано достатні умови неперервності за параметром розв'язків у цьому просторі. Ці результати застосовні як для усіх відомих типів класичних крайових умов, так і для різних некласичних крайових умов.

Тому дослідження тотальних крайових задач є досить перспективним і цікавим з точки зору застосувань. Тут виникають важливі питання про властивості тотальних крайових задач для систем диференціальних рівнянь високих порядків, про тотальні крайові задачі для функціональних просторів з дробовими показниками регулярності (простори Гельдера, простори Соболева-Слободецького), про необхідність отриманих достатніх умов неперервності розв'язків за параметром та інші.

Таким чином, тема дисертаційної роботи В. О. Солдатова є актуальною і важливою.

Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаних джерел. Її загальний обсяг становить 120 сторінок.

У вступі зазначено актуальність теми дисертаційного дослідження, вказано його мету та завдання, сформульовано основні результати дисертаційної роботи, відмічено їх наукову новизну і подано дані про їх публікації та апробацію.

Перший розділ дисертації містить широкий огляд літератури за її темою.

Основні результати дисертації викладено у другому, третьому і четвертому її розділах.

Другий розділ дисертації присвячений крайовим задачам для систем $m \geq 1$ лінійних диференціальних рівнянь першого порядку. Розглянуто системи, розв'язки яких пробігають комплексний простір Гельдера $(C^{n+1,\alpha})^m$ на відрізку $[a, b]$ дійсної осі; тут ціле $n \geq 0$ і дійсне $\alpha \in [0, 1]$. Для таких систем введено максимально широкий клас лінійних крайових задач, названих тотальними щодо простору Гельдера $C^{n+1,\alpha}$. Крайова умова у цих задачах записана у вигляді $Bu = q$, де B є довільний неперервний лінійний оператор, який діє з простору $(C^{n+1,\alpha})^m$ у простір C^m . Доведено, що введені крайові задачі є фредгольмовими з індексом нуль на парі нормованих просторів $(C^{n+1,\alpha})^m$ і $(C^{n,\alpha})^m \times C^m$. Знайдено критерій коректності за Адамаром цих задач на вказаних просторах.

У другому розділі досліджено крайові задачі, тотальні щодо простору Гельдера $C^{n+1,\alpha}$ і залежні від малого параметра $\varepsilon \geq 0$. Для них встановлено критерій неперервності за параметром розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторі Гельдера $(C^{n+1,\alpha})^m$. Цей критерій є конструктивним і перспективним для застосувань. Згідно з ним вказана неперервність виконується тоді і лише тоді, коли є збіжність матриці коефіцієнтів у просторі $(C^{n,\alpha})^m$ і є сильна збіжність крайових операторів до відповідно матриці коефіцієнтів і крайового оператора граничної крайової задачі (з $\varepsilon = 0$); при цьому остання припускається однозначно розв'язною. Це — основний результат другого розділу. Його доповнює важлива теорема про те, що похибка і нев'язка розв'язку досліджуваної крайової задачі мають однаковий порядок малості при $\varepsilon \rightarrow 0+$.

Третій розділ дисертації присвячений крайовим задачам для систем $m \geq 1$ лінійних диференціальних рівнянь довільного порядку $r \geq 2$.

Розглянуто системи, розв'язки яких пробігають комплексний простір $(C^{(n+r)})^m := (C^{n+r,0})^m$ на відрізку $[a, b]$ дійсної осі; тут ціле $n \geq 0$. Для цих систем введено і досліджено максимально широкий клас лінійних крайових задач, названих тотальними щодо простору $C^{(n+r)}$. Доведено, що введені задачі є фредгольмовими з індексом нуль на парі нормованих просторів $(C^{(n+r)})^m$ і $(C^{(n)})^m \times \mathbb{C}^m$ і встановлено критерій коректності за Адамаром цих задач. Основна увага у третьому розділі приділена тотальним крайовим задачам щодо простору $C^{(n+r)}$, залежним від малого параметра $\varepsilon \geq 0$. Для них встановлено конструктивний критерій неперервності за параметром розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторі $(C^{(n+r)})^m$. Він подібний за формулюванням до критерію, доведеному у другому розділі. Отримана двобічна оцінка швидкості збіжності розв'язку досліджуваної задачі до розв'язку незбуреної задачі.

У четвертому, заключному, розділі дисертації результати попередніх двох розділів застосовано до багатоточкових крайових задач. Введено і досліджено два нових широких класа багатоточкових крайових задач, залежних від малого параметра $\varepsilon \geq 0$. Ці класи введено для систем диференціальних рівнянь, розглянутих відповідно у другому і третьому розділах дисертації. Вони охоплюють задачі як з класичними, так і некласичними багатоточковими крайовими умовами. Для цих класів встановлено явні достатні умови неперервності за параметром розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторах $(C^{n+1,\alpha})^m$ і $(C^{(n+r)})^m$ відповідно.

Дисертаційна робота написана чітко з ретельним обґрунтуванням результатів. Автореферат точно відображає її зміст.

Всі основні результати дисертації є новими. Їх достовірність ґрунтується на строгих і детальних математичних доведеннях. Результати роботи опубліковано у 5 статтях у фахових наукових виданнях та у 7 тезах наукових конференцій. Дві статті надруковано у журналах, які входять до наукометричних баз даних SCOPUS і Web of Science Core Collection. Окремі результати і дисертація у цілому доповідались на міжнародних наукових конференціях і семінарах.

Дисертація виконана на високому науковому рівні та є цілісним і завершеним науковим дослідженням. Її центральні результати про необхідні і достатні умови неперервності за параметром розв'язків тотальних крайових задач і про двобічну оцінку збіжності розв'язків за параметром є завершеними і непокращуваними.

Дисертація має теоретичний характер. Її результати та методи мо-

жуть бути використані у подальших дослідженнях у теорії звичайних диференціальних рівнянь та її застосуваннях.

Дисертація відповідає паспорту спеціальності 01.01.02 — диференціальні рівняння.

Вважаю, що дисертаційна робота «Неперервність за параметром розв'язків одновимірних крайових задач у просторах Гельдера» відповідає сучасному рівню розвитку математики і задовольняє всі вимоги «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою КМУ № 567 від 24.07.2013 зі змінами згідно постанови КМУ № 656 від 19.08.2015, що висувуються до кандидатських дисертацій, а її автор Солдатов Віталій Олександрович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння.

Офіційний опонент,
доктор фізико-математичних наук, професор,
в.о. завідувача кафедри диференціальних рівнянь
Національного технічного університету України
“Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського”

06.03.2017

М. Є. Дудкін

Підпис професора Дудкіна М. Є. засвідчую

Учений секретар НТУУ

“Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського”



 А. А. Мельниченко

Кадичев
вченої ради
секретар ради

26.03.2017



Канцелярія

14.03.2017р.

Ж.Я./