

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Солдатова Віталія Олександровича

*“Неперервність за параметром розв’язків одновимірних крайових задач у просторах Гельдера”*,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Питання про неперервну залежність від параметра розв’язків крайових задач для диференціальних рівнянь є важливою проблемою сучасної теорії диференціальних рівнянь та їх застосувань. Це питання ґрунтовно вивчалось у працях широкого кола відомих вчених, які отримали фундаментальні результати у цій галузі.

Актуальність цієї тематики пов’язана з тим, що властивості неперервної залежності від параметра розв’язків і відповідні теореми часто використовуються при вивченні багатьох задач теорії диференціальних рівнянь. При цьому, зокрема, часто розглядається граничний перехід у диференціальних рівняннях, коли наявний в них параметр прямує до певного значення.

Саме на такому підході (використання граничного по параметру переходу) базується низка відомих класичних методів доведення існування і єдиності розв’язків початкових і крайових задач як для звичайних диференціальних рівнянь, так і для диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Яскравим прикладом такого підходу є відомий метод параболічної регуляризації, який дозволяє отримати умови існування і єдиності розв’язків певних класів крайових задач для нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними у функціональних просторах.

Різні варіанти методу регуляризації успішно використовуються у теорії варіаційних нерівностей, нелінійному аналізі, обчислювальній математиці, теорії асимптотичних методів, тощо. Зокрема, М.С. Кружков і А.В. Фамінський застосували метод параболічної регуляризації при доведенні теорем про існування і єдиність у просторі швидко спадних функцій розв’язків задачі Коші для узагальненого рівняння Кортевега-де Фріза зі змінними коефіцієнтами. Аналогічний підхід, а саме метод

зникаючої в'язкості, використовували Е. Хопф, О.А. Олійник та інші при вивченні розривних розв'язків квазілінійних рівнянь першого порядку з частинними похідними.

Очевидно, що питання, які стосуються властивостей неперервної і неперервно диференційовної залежності розв'язків від параметра для диференціальних рівнянь у функціональних просторах становлять значний інтерес.

Питання про неперервну залежність від параметра розв'язків різних класів крайових задач розглядалися у працях багатьох дослідників, зокрема, у працях І.Т. Кігурадзе, В.А. Михайлеця, Н.В. Реви, Г.О. Чеханової, Т.І. Кодлюк та інших. Проте до цього часу залишалось відкритим питання про умови неперервності за параметром розв'язків одновимірних крайових задач у просторах Гельдера для систем диференціальних рівнянь першого порядку та питання про умови неперервності за параметром розв'язків одновимірних крайових задач у просторах гладких функцій для систем вищого порядку.

Тому тема дисертаційної роботи Солдатова В.О. "Неперервність за параметром розв'язків одновимірних крайових задач у просторах Гельдера" є, безумовно, актуальною.

Перейдемо до короткої характеристики змісту дисертаційної роботи Солдатова В.О. та її основних наукових результатів.

У вступі дисертації обґрунтовано актуальність теми досліджень, викладено мету і завдання дослідження, охарактеризовано особистий внесок здобувача.

У першому розділі дисертації проведено детальний аналіз наукових праць з теми дисертаційного дослідження.

У другому розділі дисертації розглянуто крайову задачу у найбільш загальній постановці для системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку у просторі Гельдера і доведено, що оператор, який визначається крайовою задачею, є фредгольмовим з індексом нуль. Звідси, як результат, отримано умови його оборотності. Розглянуто також крайову задачу для згаданої вище системи диференціальних рівнянь у випадку, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини і крайові умови залежать від параметра і отримано критерій неперервної залежності розв'язків від параметра. Отримано оцінку швидкості збіжності розв'язків цієї задачі за параметром. Розглянуто і детально проаналізовано приклад крайової задачі для випадку простору неперервно диференційовних функцій.

У третьому розділі дисертації розглянуто крайову задачу для системи диференціальних рівнянь довільного порядку  $r \geq 2$  у просторі гладких (до порядку  $l \geq r$ ) функцій і доведено, що оператор, який визначається крайовою задачею, є фредгольмовим з індексом нуль. Звідси, як результат, отримано умови його оборотності. Розглянуто також крайову задачу для згаданої вище системи у випадку, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини і крайові умови залежать від параметра та отримано критерій неперервної залежності розв'язків від параметра. Отримано оцінку швидкості збіжності розв'язків цієї задачі за параметром.

У четвертому розділі дисертації, використовуючи результати другого і третього розділів, розглянуто неklasичні багатоточкові крайові задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку у просторі Гельдера і системи звичайних диференціальних рівнянь довільного порядку  $r \geq 1$  у просторі гладких (до порядку  $l \geq r$ ) функцій у випадку, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини і крайові умови залежать від параметра та для цих задач отримано достатні умови неперервної залежності від параметра їх розв'язків.

На мій погляд, основні наукові результати дисертаційної роботи Солдатова В.О. полягають у наступному:

1. досліджено фредгольмовість лінійного оператора, який визначається крайовою задачею для системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку у просторі Гельдера та знайдено умови його оборотності. Отримано критерій неперервної залежності розв'язків крайової задачі для згаданої вище системи у випадку, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини і крайові умови залежать від параметра;

2. досліджено фредгольмовість лінійного оператора, який визначається крайовою задачею для системи лінійних диференціальних рівнянь довільного порядку  $r \geq 2$  у просторі гладких (до порядку  $l \geq r$ ) функцій, і отримано критерій неперервної залежності розв'язків цієї крайової задачі у випадку, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини і крайові умови залежать від параметра. Встановлено оцінку швидкості збіжності розв'язків згаданої вище крайової задачі при прямуванні параметра до нуля;

4. вивчено неklasичні багатоточкові крайові задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку у просторі Гельдера і системи звичайних диференціальних рівнянь довільного порядку  $r \geq 1$  у просторі гладких (до порядку  $l \geq r$ ) функцій у випадку, коли коефіцієнти

рівнянь, їх праві частини і крайові умови залежать від параметра, і отримано достатні умови неперервної залежності від параметра розв'язків таких задач.

Дисертаційна робота Солдатова В.О. “Неперервність за параметром розв'язків одновимірних крайових задач у просторах Гельдера” є завершеним науковим дослідженням. Всі її основні наукові результати є новими і строго обґрунтованими.

Разом з тим, щодо цієї дисертації можна висловити окремі побажання і зауваження, а саме:

1. у другому розділі дисертації розглянуто задачу про неперервну залежність від параметра розв'язків крайової задачі для системи лінійних рівнянь *першого* порядку (у просторі Гельдера), а у третьому розділі проаналізовано аналогічну задачу (у просторі гладких функцій) для системи *вищого* порядку. На мій погляд, варто було б в дисертації пояснити, чому у другому розділі не розглянуто систему рівнянь вищого порядку;

2. у другому розділі дисертації розглянуто приклад крайової задачі для системи диференціальних рівнянь першого порядку з параметром у просторі *неперервно диференційованих функцій*. Цей приклад дисертантом детально проаналізовано, проте, зважаючи на тему дисертації і її вагомі результати, на наш погляд, доцільно було б розглянути приклад подібної крайової задачі у більш загальному випадку (у просторі Гельдера), і на такому прикладі показати особливості постановки таких задач саме у просторах Гельдера та проілюструвати ефективність отриманих у дисертації критеріїв;

3. четвертий розділ дисертації присвячено дослідженням багатоточкових задач. Без сумніву, такі задачі є важливим об'єктом дослідження, більш того, дисертантом отримано цікаві результати про неперервну залежність розв'язків такої задачі від параметра. Бажано було б дати приклади таких задач (з параметром), на яких продемонструвати отримані дисертантом результати;

4. у роботі і в авторефераті наявні окремі невдалі вирази та описки. Наприклад, на с. 66 дисертації і с. 8 автореферату у формулюванні теореми 2.5 має бути *умова (2.0)*, а не *умова (0)*.

Зазначимо, що ці зауваження не впливають суттєвим чином на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи Солдатова В.О. “Неперервність за параметром розв'язків одновимірних крайових задач у просторах Гельдера”, яка написана на високому науковому рівні.

Основні її наукові результати повністю опубліковані у 12 наукових працях, серед яких 5 статей у фахових наукових виданнях (з них 2 статті – у

виданнях, що входять до наукометричних баз даних Web of Science і Scopus), та 7 праць у матеріалах і збірниках тез наукових конференцій.

Результати дисертації достатньо апробовані і доповідалися на наукових конференціях і 4 наукових семінарах з теорії диференціальних рівнянь у провідних наукових центрах України.

Автореферат вірно і повно відображає зміст дисертації.

Підсумовуючи викладене вище, можна зробити висновок про те, що дисертаційна робота Солдатова Віталія Олександровича "Неперервність за параметром розв'язків одновимірних крайових задач у просторах Гельдера", задовольняє всі вимоги "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою КМ України № 567 від 24.07.2013 року (із змінами, внесеними згідно з Постановами КМ України № 656 від 19.08.2015 року та № 1159 від 30.12.2015 року) щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Солдатов Віталій Олександрович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент  
старший науковий співробітник  
механіко-математичного факультету  
Київського національного університету  
імені Тараса Шевченка,  
доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник

*СМФ*

Самойленко Ю.І.

*Юрій Самойленко Ю.І.  
засвідчую*

*Декан  
мех.-матем.  
ф-ту*

*М*

*Горюхін М.Ф.*

*[Signature]*



ПІАПИС  
ВЧЕНИЙ  
КАРАУЛЬ

14.03.17



*Надійшло до секретаря  
вченої ради 20.03.17  
секретарь \* ради М- (Артемченко Я.Я.)*