

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Гнип Євгенії Володимирівни

*“Неперервність за параметром розв’язків одновимірних
крайових задач на просторах Соболева-Слободецького”*,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Дисертаційна робота Гнип Євгенії Володимирівни “Неперервність за параметром розв’язків одновимірних крайових задач на просторах Соболева-Слободецького” присвячена вивченню питань, що стосуються залежності розв’язків диференціальних рівнянь від параметра. Поряд із задачами про існування і єдиність розв’язку дана задача є однією з основних в сучасній теорії диференціальних рівнянь, оскільки властивість залежності розв’язку від параметра часто використовується в багатьох як теоретичних, так і прикладних дослідженнях. Зокрема, дослідження неперервності розв’язків від малого параметра дозволяє визначити умови, при яких властивості розв’язків не змінюються при малих збуреннях коефіцієнтів рівняння, їх правої частини, початкових і крайових умов, тощо. Особливо важливе значення ці питання мають для теорії асимптотичних розв’язків диференціальних рівнянь з малим збуренням, яка впродовж багатьох років успішно розвивається представниками Київської школи з нелінійної механіки.

Питання про залежність розв’язку від параметра, взагалі кажучи, не є тривіальним. На підтвердження цьому можна згадати теорему А.М. Тихонова 1948 року про існування розв’язку і граничний перехід (при прямуванні малого параметра до нуля) для розв’язку системи диференціальних рівнянь, що містить як повільні (регулярно збурені рівняння), так і швидкі (сингулярно збурені рівняння) змінні, де показано, що повільні і швидкі змінні (розв’язки) збігаються до розв’язку незбуреної задачі на різних множинах. При цьому в околі початкової точки виникає так званий примежовий шар.

У подальшому системи диференціальних рівнянь з параметром ϵ , зокрема, з регулярним і сингулярним збуренням, вивчалися широким колом дослідників. У зв’язку з цим можна згадати праці таких відомих вчених як М.М. Боголюбов, А.О. Дородніцин, Є.Ф. Міщенко, Л.С. Понтрягін,

Д.В. Аносов, Ю.О. Митропольський, А.М. Самойленко, Й.І. Гіхман, М.О. Красносельський, М.Г. Крейн, Я. Курцвейль, З. Ворель, М.І. Іманалієв, І.С. Градштейн, М.Й. Вішик, Л.А. Люстернік, А.Б. Васильєва, В.Ф. Бутузов, В.М. Волосов, Б.І. Моргунов, Д.М. Зубарєв, С.Г. Крейн, С.О. Ломов, І.Т. Кігурадзе, А.Ю. Колєсов, М.Х. Розов, М.О. Перестюк.

Питання про залежність від параметра розв'язків задач для рівнянь в певних функціональних просторах ґрунтовно вивчалися в працях В.А. Михайлеця та його учнів. Важливість питання про залежність від параметра розв'язків крайових задач у функціональних просторах пов'язана з тим, що в сучасній теорії диференціальних рівнянь значна увага дослідників присвячена вивченню узагальнених розв'язків таких задач, зокрема, їх існуванню та єдиності. При цьому часто розглядаються простори Соболева. Зауважимо, що завдяки наявності теорем Соболева про вкладення, при певному запасі узагальнених похідних, можна отримати і відповідні твердження про класичні розв'язки таких задач.

Але не зважаючи на значну кількість фундаментальних праць, які присвячені дослідженням граничного переходу для розв'язків диференціальних рівнянь з параметром, залишається нерозглянутим питання про неперервну залежність від параметра розв'язків крайових задач у просторах Соболева і просторах Слободецького у загальній постановці.

Таким чином, тема дисертації Гнип Є.В. "Неперервність за параметром розв'язків одновимірних крайових задач на просторах Соболева-Слободецького", є актуальною.

Перейдемо тепер до короткої характеристики змісту дисертаційної роботи Гнип Є.В.

У вступі дисертації обґрунтовано актуальність теми досліджень, викладено мету та завдання дослідження.

У першому розділі, згідно вимог КМ України і МОН України щодо дисертаційних досліджень, детально проаналізовано наукові праці з теми дисертації.

У другому розділі дисертації розглянуто крайову задачу для системи звичайних диференціальних рівнянь довільного порядку у просторі Соболева у загальній (тотальній щодо простору Соболева W_p^{n+r}) постановці та доведено, що оператор, який визначається крайовою задачею, є фредгольмовим і має індекс нуль. Звідси, як результат, отримано конструктивні умови його оборотності.

Тут також розглянуто крайову задачу та неklasичну багатоточкову крайову задачу для згаданої вище системи у випадку, коли умови задачі (коефіцієнти рівнянь, їх праві частини і крайові умови) залежать від параметра, і знайдено умови неперервної залежності розв'язків цих задач від параметра. Неперервна залежність розв'язку цих задач розуміється в тому сенсі, що при прямуванні параметра до нуля зі збіжності правих частин та коефіцієнтів впливає прямування розв'язків задачі із параметром до розв'язку відповідної граничної задачі.

У третьому розділі дисертації розглянуто крайову задачу для системи диференціальних рівнянь першого порядку у просторі Слободецького $W_p^s = W_p^s([a, b], C)$ у загальній (тотальній щодо простору Слободецького W_p^{s+1}) постановці.

На початку розділу розглянуто деякі властивості цього простору, введено простір мультиплікаторів $M(W_p^s)$ для $s \leq 1/p$ і доведено деякі його властивості, показано, що для $s \in (0, 1)$ має місце вкладення $W_p^1 \subset M(W_p^s)$. Потім доведено коректну розв'язність крайової задачі для системи диференціальних рівнянь першого порядку з однорідними рівняннями.

Аналогічно випадку крайових задач у просторі Соболева, тут доведено фредгольмовість (з індексом нуль) відповідного оператора у просторі Слободецького і досліджено крайову задачу та неklasичну багатоточкову крайову задачу для згаданої вище системи у випадку, коли умови задачі (коефіцієнти рівнянь, їх праві частини та крайові умови) залежать від параметра.

На мій погляд, основні результати дисертаційної роботи Гнип Є.В. полягають у наступному:

1. досліджено фредгольмовість лінійного оператора, що відповідає крайовій задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь довільного порядку у просторі Соболева у загальній постановці, та отримано конструктивні умови його оборотності. Встановлено критерій неперервної залежності розв'язків такої крайової задачі у випадку, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини та крайові умови залежать від параметра;

2. вивчено неklasичні багатоточкові крайові задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь довільного порядку у просторі Соболева у загальній постановці для випадку, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини

та крайові умови залежать від малого параметра і встановлено достатні умови неперервної залежності від параметра розв'язків такої задачі;

3. досліджено фредгольмовість лінійного оператора, що відповідає крайовій задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку у просторі Слободецького у загальній постановці. Встановлено критерій неперервної залежності розв'язків такої крайової задачі у випадку, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини та крайові умови залежать від параметра. Отримано оцінку швидкості збіжності розв'язків крайової задачі з параметром при прямуванні параметра до нуля;

4. вивчено некласичні багатоточкові крайові задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку у просторі Слободецького у загальній постановці, коли коефіцієнти рівнянь, їх праві частини та крайові умови залежать від параметра і встановлено умови, при яких розв'язок такої задачі прямує до розв'язку відповідної граничної крайової задачі.

Разом з тим, щодо дисертаційної роботи Гнип Євгенії Володимирівни “Неперервність за параметром розв'язків одновимірних крайових задач на просторах Соболева-Слободецького” можна висловити деякі побажання і зауваження, а саме:

1. при обґрунтуванні актуальності теми дисертації варто було б подати приклади задач, при вивченні яких виникає потреба досліджувати питання про неперервну залежність від параметра розв'язків крайових задач саме у просторах Слободецького;

2. результати дисертації варто було б проілюструвати на більш широкому наборі прикладів. Якщо у другому розділі наявний приклад, то у третьому розділі таких прикладів немає. Зокрема, цікаво було б побачити приклад застосування отриманого в п. 3.5 критерію неперервної залежності від параметра розв'язку для того, щоб оцінити його ефективність.

3. варто було б розглянути також приклад багатоточкової задачі і продемонструвати виконання достатніх умов неперервної залежності розв'язку від параметра (див. п.3.7);

4. на с. 55 вказано, що “*однорідна крайова задач (2.1), (2.2) має лише тривіальний розв'язок*”. Зауважимо, що дане висловлювання не зовсім коректне, бо не всі умови задачі (2.1), (2.2) є однорідними. Тут мабуть має бути така фраза: “*відповідна до (2.1), (2.2) однорідна крайова задача*”;

5. на с. 61, 63 вжито термін “*напіводнорідна крайова задача*”, а має мабуть бути така фраза “*задача з однорідними рівняннями і неоднорідними крайовими умовами*”,

6. хоча матеріал дисертації подається в цілому акуратно і методично послідовно, але в тексті роботи зустрічаються окремі висловлювання, які є невдалими. Наприклад, на с. 59 присутня така фраза: “*оператор $(L(\varepsilon), B(\varepsilon))$ є малим у операторній нормі збуренням оборотного оператора $(L(0), B(0))$* ”;

7. у назві дисертаційної роботи використовується термін “*простори Соболева-Слободецького*”, хоча у самій дисертації такий термін не зустрічається, а використовуються терміни “*простір Соболева*” і “*простір Слободецького*”. Хоча, на наш погляд, це не є неточністю, оскільки в математичній літературі зустрічається термін “*простори Соболева-Слободецького*”, але назва дисертаційної роботи і використовувана в ній термінологія мали бути б узгодженими;

8. у дисертації наявні окремі невдалі вирази та описки. Наприклад, на с. 59 у зауваженні 2.1 двічі надруковано слова “*на просторі*”.

Не зважаючи на висловлені вище зауваження, дисертаційна робота Гнип Євгенії Володимирівни “*Неперервність за параметром розв’язків одновимірних крайових задач на просторах Соболева-Слободецького*” є завершеною науковою роботою, яку написано на високому науковому рівні.

Всі основні результати дисертації Гнип Є.В. є новими, строго обґрунтованими і сформульовані у вигляді теорем, доведення яких не викликає сумнівів.

Наукові результати роботи є оригінальними і можуть отримати розвиток у подальших дослідженнях.

Основні результати дисертації Гнип Є.В. опубліковано у 8 наукових працях, серед яких 5 статей у фахових наукових виданнях, з них 2 – у виданнях, що входять до наукометричних баз даних Web of Science та Scopus, та 3 тез і матеріалів міжнародних наукових конференцій.

Результати дисертації Гнип Є.В. доповідалися на наукових семінарах відділу диференціальних рівнянь і теорії коливань та відділу нелінійного аналізу Інституту математики НАН України та семінарі кафедри математичної фізики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка та міжнародних наукових конференціях з диференціальних рівнянь.

Автореферат правильно і повно відображає зміст дисертації.

Таким чином, дисертаційна робота Гнип Є.В. "Неперервність за параметром розв'язків одновимірних крайових задач на просторах Соболева-Слободецького", задовольняє всі вимоги "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (із змінами, внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року та № 1159 від 30 грудня 2015 року), щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Гнип Євгенія Володимирівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент
старший науковий співробітник
механіко-математичного факультету
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка,
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

СШУ

Самойленко Ю. І.

*Згідно Самойленко Ю. І.
засвідчую*

Декан

*Мех.-матем.
ф-ту*

Бородній М. Ф.

ПІЛПИ
ВЧЕНИ
КАРАУ

14.03.19



[Signature]

[Signature]

*Кандидат наук
вченої ради
секретар*
до вступу в науку
14.03.19
1 Артемівська ст. 2/1

