

## ВІДГУК

офіційного опонента

на дисертаційну роботу Танцюри Максима Вікторовича

“Граничні теореми для зліченних систем

стохастичних диференціальних рівнянь зі взаємодією,”

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.05 – теорія ймовірностей і математична статистика

Дисертаційне дослідження Танцюри М. В. присвячено актуальному розділу стохастичного аналізу – системам стохастичних рівнянь із взаємодією. Специфікою роботи є те, що дисертант розглядає системи, де кількість рівнянь або загальна маса часток є нескінченими; така постановка до появи дисертації Танцюри М. В. була дуже мало вивченою.

У фізиці рівняння, які задають рух систем взаємодіючих частинок у випадковому середовищі, пов’язані з теорією самоузгодженого поля, започаткованою в роботах П’ера Кюрі та П’ера Вейса; визначну роль тут відіграють рівняння Власова, що описують еволюцію розподілу плазми. Переламний етап у вивчені цих рівнянь відбувся після публікацій робіт Каца та Маккіна, де було запропоновано стохастичну модель для рівняння Власова та обґрунтовано відповідні рівняння, які тепер називають рівняннями Маккіна-Власова. Від того часу такі рівняння вивчалися з різних точок зору, було отримано різноманітні результати про існування та єдиність розв’язку, про існування стаціонарних розв’язків, великі відхилення та ін. Проте всі ці результати стосуються лише випадку скінченної сукупності маси частинок.

У дисертації Танцюри М.В. досліджено аналог рівняння Маккіна-Власова, розподіл мас у якому припускається лише локально скінченим. Відмова від припущення про скінченність призвела до неабияких технічних складнощів, з якими дисертант близькуче впорався. Всі доведення чіткі та зрозумілі, дисертація має гарну логічну структуру.

Структура дисертації є традиційною, вона складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел. У вступі обґрунтовано актуальність теми, вказано на зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами, сформульовано мету, об’єкт, предмет і завдання дослідження, визначено наукову новизну отриманих результатів, а також викладено короткий зміст дисертації.

У першому розділі міститься огляд літератури за темою дослідження, а також обговорюються деякі поняття, визначені в дисертації.

У другому розділі доведено теорему існування слабкого розв’язку та теореми існування та єдності сильного розв’язку зліченних систем стохастичних диференціальних рівнянь зі взаємодією. Також наведено приклади, що ілюструють доведені теореми.

У третьому розділі сформульовано рівняння Маккіна-Власова для випадку, коли розподіл мас частинок є локально скінченою мірою. Доведено теореми існування слабкого розв'язку та теореми існування та єдності сильного розв'язку для випадку нескінченної загальної маси. Розв'язок отримано за допомогою граничного переходу від послідовності розв'язків рівнянь, в яких розподіл мас частинок є скінченою мірою.

У четвертому розділі доведено граничну теорему про слабку збіжність мірозважного процесу, що відповідає нескінченим системам стохастичних диференціальних рівнянь зі взаємодією, до розв'язку аналогу рівняння Маккіна-Власова. Також доведено граничну теорему про збіжність окремих траєкторій.

Загальна оцінки дисертаційної роботи:

1. Тема роботи є актуальну. Вона тісно пов'язана як з попередніми, так і з теперішніми дослідженнями, які ведуться у відділі теорії випадкових процесів Інституту математики НАН України та в інших провідних наукових установах України та світу.
2. Дисертація є завершеною науково-дослідною працею. У ній отримано нові результати з теорії випадкових процесів. Основним результатом роботи є отримання аналогу рівняння Маккіна-Власова для випадку, коли розподіл мас є локально скінченою мірою.
3. Усі результати дисертаційної роботи наведені з повним і строгим обґрунтуванням. Достовірність результатів роботи в цілому не викликає сумнівів.
4. Робота має теоретичний характер. Її результати та методи їх одержання можуть використовуватись у подальших дослідженнях.
5. Результати дисертаційного дослідження повністю відображені в п'яти наукових статтях у фахових виданнях, три з яких у журналі, що індексується в наукометричній базі Scopus.
6. Результати дисертації пройшли достатню апробацію на засіданнях фахових семінарів та наукових конференціях. Автореферат достатньо повно і правильно відображає основний зміст дисертації.

Разом з тим, робота містить деякі недоліки:

1. На стор. 11 рівняння (2.2.2) йде перед (2.2.1).
2. Позначення *distr* на сторінці 26 не введено, хоча й зрозуміло з контексту.
3. На стор. 37 зауваження всередині доведення виглядає трохи дивно.
4. На стор. 43 числа  $n_1$  та  $n_2$  є додатними та  $n_1 < n_2$ , тому замість  $|n_1| \vee |n_2|$  слід писати просто  $n_2$ .

5. У теоремах 2.3.2 та 2.4.1 умови з добутками простіше було б замінити відповідними умовами із сумами за допомогою логарифмічного перетворення. (Спробу цієї заміни зроблено в зауваженні 2.4.2, але її не завершено.) Також варто було б прокоментувати приблизний зміст цих умов у термінах початкового розташування точок.
6. У формулі (3.1.5) та в аналогічних формулах по всій дисертації не пояснено, як слід розуміти математичне сподівання від образу міри.
7. У доведенні (3.2.1) варто було б пояснити, чому одержана стала є скінченою.
8. На стор. 77 перший знак рівності має бути нерівністю, після нього має бути знак математичного сподівання.
9. На стор. 78, 80 незрозуміло посилання на (3.1.5). Напевно, мають бути посилання на (3.3.4) та (3.3.6).
10. У доведенні леми 3.3.1 не зрозуміло, чому міри  $\mu^n$  збігаються до  $\mu$ .
11. На стор. 82 обмеженість другого моменту варто було б пояснити детальніше.
12. На стор. 96 в (4.2.3) замість супремума має бути інфімум.
13. По всій дисертації у формулах використовуються дужки однакової висоти, що ускладнює сприйняття формул.
14. У роботі є деякі орфографічні помилки та описки, зокрема, на сторінках 6, 11, 20, 23, 24, 33, 41, 44, 46, 49, 59, 63, 66, 67, 77-83, 91, 100, 110, 112.

Вказані зауваження не є принциповими та не впливають на загальне позитивне враження від роботи. Отже, є підстави зробити такий висновок.

Дисертаційна робота “Границі теореми для зліченних систем стохастичних диференціальних рівнянь зі взаємодією” задовільняє вимоги пп. 9, 11-13 “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого Постановою Кабінету міністрів № 567 від 24.07.2014 (зі змінами) щодо кандидатських дисертацій, а її автор – Танцюра Максим Вікторович – заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.05 – теорія ймовірностей і математична статистика.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, доцент

професор кафедри теорії ймовірностей,

статистики та актуарної математики

Київського національного університету

імені Т. Шевченка



Г. М. Шевченко