В І Д Г У К

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Танцюри Максима Вікторовича
"Граничні теореми для зліченних систем стохастичних диференціальних рівнянь зі взаємодією",
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю
01.01.05 — теорія ймовірностей та математична статистика

Дисертаційна робота присвячена вивченню зліченних систем стохастичних диференціальних рівнянь зі взаємодією. Досліджувані системи описують рух набору частинок у випадковому середовищі. Причому локальні характеристики такого руху залежать від деякого мірозначного процесу, який можна інтерпретувати як розподіл мас частинок. Такі моделі мають свої застосування у фізиці, хімії, біології та інших науках. Потреба в побудові розв'язків згаданих моделей та математичному обґрунтуванні їх властивостей підтверджує **актуальність** тематики дисертаційного дослідження.

З аналізу тексту дисертаційної роботи випливає, що сформульовані автором висновки обґрунтовані. Доведення тверджень роботи спираються на фундаментальні результати теорії ймовірностей та теорії випадкових процесів (теорія стохастичних диференціальних рівнянь, стохастичний аналіз, теорія мартингалів) теорії міри та функціонального аналізу. Всі основні результати дисертації **достатньо обґрунтовані**. Коректність доведень підтверджується також тим фактом, що результати дисертаційної роботи опубліковані у виданнях, які проводять ретельне попереднє рецензування поданих матеріалів.

Отримані в дисертаційному дослідженні результати мають теоретичний характер і можуть знайти своє застосування, як в теорії випадкових процесів, так і в інших галузях науки таких як фізика, хімія, біологія.

Зупинимось на основних, на мій погляд, отриманих в дисертації результатів, які визначають її **наукову новизну та значимість**. Ці результати становлять зміст другого, третього та четвертого розділів дисертації.

В другому розділі розглядаються стохастичні диференціальні рівняння, що описують зліченні системи частинок, які взаємодіють в своєму русі. Тут доведено теореми існування слабкого розв'язку відповідної зліченної системи стохастичних диференціальних рівнянь з обмеженими та неперервними коефіцієнтами дифузії та переносу. Доведено теореми існування та єдиності сильного розв'язку таких систем з деякими додатковими обмеженнями на коефіцієнти. Зокрема важливу роль відіграє умова обмеженості радіуса взаємодії.

В третьому розділі розглядаються задачі про існування слабкого розв'язку, існування та єдиність сильного розв'язку системи стохастичних диференціальних рівнянь, що задають рух континуальної сукупності частинок, що взаємодіють. Побудовані слабкі та сильні розв'язки згаданих систем з одиничним коефіцієнтом дифузії та обмеженим неперервним чи ліпшицевим коефіцієнтом переносу. Розглянуто деякий випадок необмеженої функції взаємодії (коефіцієнту переносу стохастичного диференціального рівняння).

Четвертий розділ пов'язує попередні два розділи. В ньому встановлено теореми про збіжність розв'язків послідовності рівнянь, які визначають рух зліченної системи частинок, що взаємодіють, до розв'язків систем рівнянь типу Маккіна-Власова у випадку нескінченної сукупної маси континуального набору частинок.

Основні результати дисертації достатньо відображені в п'яти наукових статтях надрукованих у фахових виданнях, в тому числі три статті вийшли друком в журналах, що входять до списку наукометричної бази Scopus. Наукові результати, які винесені на захист, пройшли апробацію на восьми наукових конференціях, як всеукраїнського, так і міжнародного рівня, та кількох наукових семінарах. Будучи організатором чотирьох із згаданих конференцій мені не раз доводилось чути доповіді дисертанта, від яких залишилися дуже добрі враження.

Дисертаційна робота та її автореферат оформлені відповідно до вимог, що ставляться до таких робіт. Останній правильно і з достатньою повнотою відображає основний зміст дисертації. Виклад матеріалу дисертації супроводжується посиланнями на результати праць інших дослідників. Дисертація і автореферат викладені українською мовою грамотно, чітко, послідовно, на високому професійному рівні. Основні результати коректно та логічно сформульовані і представлені у зрозумілій формі.

Разом з тим вважаю за необхідне зробити деякі **зауваження**, врахування яких підвищить якість наукових робіт автора в майбутньому.

Перш за все, в роботі не завжди добре продумана система позначень. Зокрема, для мірозначного процесу, що в роботі позначається через $\mu(t)$, зустрічаються вирази $\mu(t, A)$ (на с. 31) $\mu(t)(A)$ (на с. 38). Формула (3.2.2) визначає величину $M(t)$, а трохи далі формулою (3.2.9) вводиться позначення для цієї ж величини через $M(t, \omega)$. Про це не варто було б згадувати, якби в доведеннях кількох наступних лем не використовувалось і одне, і друге та ще й M_s чи $M_s(\omega)$. Так само для значення в точці T функції $C(t)$ з (3.2.10) використовується в (3.2.17) позначення C_T поруч з C_m, C_Q і т. п., що мають зовсім інший зміст. В (4.2.7) введено позначення $<f, \lambda> = \int_R f(x)\lambda(dx)$, а вже в доведенні теореми 4.3.1 та наступних тверджень бачимо $<\mu(t), f(\cdot, t)>$ і тому подібне.

Далі, в системі рівнянь (2.3.3) містяться рівності $dX_i^n(t)=0$, $X_i^n(0)=u_i$, що, як на мене, означає $X_i^n(t)=u_i$. Саме такий запис використано у (2.2.4). Крім того, після (2.3.3) на с. 43 автор пише "Підставимо друге та третє рівняння в перше рівняння системи ...", що звучить якось дивно, адже рівняння не підставляється в інше рівняння. І ще пару мовних зауважень: краще уникати слова "співпадає", коли щось із чимось збігається; вжите слово "постійний" — не найкращий варіант для поняття сталий.

В кінці розділу 2 наведено без доведення дві теореми 2.4.2 та 2.4.3 і стверджується, що вони доводяться аналогічно випадку однорідної дифузії. Напевно автор мав на увазі випадок сталого дифузійного коефіцієнта. Та й ідея залишити твердження без доведення не дуже вдала. На відміну від журнальних статей на розмір дисертаційної роботи не накладаються дуже строгі обмеження зверху.

І на завершення, певна кількість тверджень, зокрема Леми 3.2.1, 3.2.2, 3.2.4, 3.2.5 сформульовані так, що складається враження, що певне співвідношення для випадкових об'єктів виконується при всіх $\omega \in \Omega$, проте насправді, як випливає з доведень, — тільки з ймовірністю 1.

Остаточно слід зазначити, що наведені зауваження не ставлять під сумнів значимість головних положень дисертаційної роботи і не знижують загальної її позитивної оцінки.

Висновок. Подана дисертаційна робота Танцюри Максима Вікторовича "Граничні теореми для зліченних систем стохастичних диференціальних рівнянь зі взаємодією" є оригінальною і завершеною науково-дослідною працею, в якій розв'язана важлива наукова задача — доведення теорем існування та єдиності розв'язку, граничних теорем для зліченних систем стохастичних диференціальних рівнянь із взаємодією. За актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною, теоретичною та практичною цінністю отриманих результатів дана дисертаційна робота повністю відповідає вимогам "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013, щодо кандидатських дисертацій, а її автор Танцюра Максим Вікторович заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.05 — теорія ймовірностей та математична статистика.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент,
завідувач кафедри статистики і вищої математики
ДВНЗ "Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника"

М. М. Осипчук

Надійшов до спеціалізованої вченої ради Д 26.206.02 27.03.17 р.
Секретар ради Артеменко Ж.Я.