

ВІДГУК
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Неймана Євгена Вікторовича
«Абстрактна інтерполяційна проблема в узагальнених класах Неванлінни»,
представлену на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-
математичних наук за спеціальністю
01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційна робота належить до важливого напрямку математичного аналізу - теорії інтерполяційних задач. Історично першою задачею такого типу була проблема моментів, яку досліджував в кінці 19 століття Стілтєс. Ці дослідження Стілтєса стали підставою для нового напрямку в математичному аналізі - теорії інтерполяційних задач, які розглядалися в різних класах аналітичних функцій. У перші три десятиліття 20-го століття в теорії інтерполяційних задач працювали Г. Гамбургер, І. Шур, К. Каратеодорі, Л. Фейер, Р. Неванлінна, Г. Пік, Г. Вейль, М. Рісс, О. Теплиц, Г. Херглотц і багато інших математиків. В їх роботах були досліджені інтерполяційні задачі для аналітичних функцій і застосовувалися методи теорії ортогональних поліномів, суперпозиції дробово-лінійних перетворень, лема Шварца та її узагальнення, кола Вейля, параметри Шура, розширення позитивних функціоналів М. Рісса і деякі інші методи.

На початку 30-х років 20-го століття М. Стоун запропонував операторний підхід до розв'язання проблеми моментів. Подальший розвиток операторний підхід отримав в роботах М.Г. Крейна, Ю.М. Березанського, Д.З. Арова, В.М. Адамяна та інших математиків. Операторний підхід був розвинений Б. Секефальви-Надем и А. Коранї для класичної задачі Неванлінни-Піка. Надалі операторний підхід в роботах багатьох авторів був поширений на інші інтерполяційні задачі типу задачі Неванлінни-Піка та багатьох їх дискретних і неперервних аналогів. В цьому напрямку відзначимо цикл робіт В.А. Деркача. Для випадку, коли об'єкти типу матриць Ганкеля, матриць Піка і їх аналоги мають тільки невід'ємні власні значення в 1986 році В.Е. Кацнельсоном, А.Я Хейфіцем та П.М. Юдицьким була запропонована абстрактна інтерполяційна проблема. Окремими випадками абстрактної інтерполяційної задачі є численні конкретні інтерполяційні задачі. Абстрактна інтерполяційна проблема в операторних класах Неванлінни була розглянута В.О. Деркачем в 2009 році.

Як з теоретичної, так і з прикладної точок зору, важливу роль відіграють інтерполяційні задачі в узагальнених класах неванліннівських функцій, в яких об'єкти типу матриць Ганкеля, матриць Піка та їх аналоги мають як додатні, так і від'ємні власні значення. Для узагальнених неванліннівських функцій раніше були розв'язані деякі інтерполяційні задачі і стала актуальною проблема постановки та розв'язку абстрактної інтерполяційної проблеми в узагальнених класах Неванлінни, частковими випадками якої були б різні конкретні інтерполяційні задачі.

Таким чином, постановка і розв'язок абстрактної інтерполяційної проблеми для узагальнених неванліннівських функцій є актуальною математичною задачею. Вирішенню цієї актуальної математичної задачі і присвячена дисертація Є.В. Неймана.

Рецензована дисертаційна робота складається з 5 розділів. В розділі 2 побудована функціональна модель для самоспряженого лінійного відношення в просторі Понтрягіна. Ще в класичних роботах множину розв'язків невизначених інтерполяційних задач було записано у вигляді дробово-лінійного перетворення над класом усіх неванліннівських функцій, який поповнювався невластним елементом $\omega(z) \equiv \infty$. Невласні елементи в матричному і операторному випадках уводяться за допомогою неванліннівських пар. Для аналізу індефінітних інтерполяційних задач визначаються узагальнені класи неванліннівських функцій $N(\kappa)$ і неванліннівських пар з κ від'ємними квадратами. Дисертантом введені нормалізовані $N(\kappa)$ пари. Встановлено співвідношення між нормалізованими $N(\kappa)$ парами і самоспряженими лінійними відношеннями у відповідних просторах Понтрягіна. Для таких лінійних самоспряжених відношень побудована функціональна модель в просторі Понтрягіна з відтворюючим ядром. Для довільної узагальненої неванліннівської функції описано простір де Бранжа-Ровняка, як деякий простір Понтрягіна з відтворюючим ядром. При цьому використовується фундаментальний результат про зображення узагальненої неванліннівської функції у вигляді добутку раціональної функції і звичайної неванліннівської функції.

Розділ 3 присвячено дослідженню абстрактної інтерполяційної проблеми в узагальнених класах Неванлінни. На початку розділу поставлена абстрактна інтерполяційна проблема для узагальнених неванліннівських функцій і дано визначення множини розв'язків абстрактної інтерполяційної проблеми. Для абстрактної інтерполяційної проблеми визначено симетричне

відношення в деякому просторі Понтрягіна. Показано, що між самоспряженими розширеннями цього симетричного відношення і розв'язками абстрактної інтерполяційної проблеми існує взаємно однозначна відповідність. Цей результат зводить рішення інтерполяційної задачі до опису самоспряжених розширень відповідних симетричних відношень. В дисертації симетричне відношення виражається через інтерполяційну інформацію. Це дозволило дати опис розв'язків абстрактної інтерполяційної проблеми у вигляді дробово-лінійного перетворення над довільною узагальненою неванліннівською парою. При цьому матриця дробово-лінійного перетворення будується за інтерполяційною інформацією. Далі в дисертації досліджене узагальнене перетворення Фур'є, яке відповідає розв'язкам абстрактної інтерполяційної проблеми.

В розділі 4 досліджена індефінітна проблема моментів Гамбургера в якій, починаючи с деякого номера, усі матриці Ганкеля мають деяку фіксовану кількість від'ємних власних значень. Ця проблема моментів є узагальненням класичної проблеми моментів Гамбургера, в якій усі матриці Ганкеля є невід'ємними. Доведено, що індефінітна проблема моментів є частковим випадком розглянутої в дисертаційній роботі абстрактної інтерполяційної задачі. Дано опис множини усіх розв'язків індефінітної проблеми моментів у формах Крейна-Лангера та Деревягіна-Деркача. Слід відзначити, що в деяких випадках включення конкретної інтерполяційної задачі в абстрактну інтерполяційну проблему та аналіз її специфіки є непростю задачею. Так, абстрактна інтерполяційна проблема для дефінітного випадка була сформульована та досліджена у 1986 році В.Е. Кацнельсоном, А.Я. Хейфіцем та П.М. Юдицьким. Проте матрична проблема моментів Гамбургера, в силу її специфіки, була включена в абстрактну схему А.Я. Хейфіцем лише у 1996 році.

В розділі 5 визначено клас Смірнова мероморфних в одиничному колі матриць-функцій. Для матриць-функцій узагальненого класу Смірнова доведено аналог теореми Руше. Крім того, в розділі досліджено дотичну інтерполяційну задачу Шура-Такагі в узагальнених класах Шура. В інтерполяційних задачах такого типу важлива роль належить так званим винятковим параметрам. У повністю невизначеному дефінітному випадку виняткові параметри відсутні. Вперше такі виняткові параметри виникли при розв'язанні матричних дефінітних вироджених задач. В цьому випадку було запропоновано декілька методів розв'язання дефінітних вироджених задач.

Відзначимо запропонований В.К. Дубовим метод підпросторів типу K , в якому виняткові параметри враховувались за допомогою впровадження довільних параметрів меншої розмірності. В індефінітних інтерполяційних задачах виняткові параметри мають більш складну структуру. У скалярному випадку множину виняткових параметрів індефінітної інтерполяційної задачі Каратеодорі-Фейера було описано В. Болотніковим, О. Хейфецем і Л. Родманом. В дисертаційній роботі Є. В. Неймана для узагальненої дотичної інтерполяційної проблеми Шура-Такагі задачу опису множини виняткових параметрів вперше зведено до розв'язання абстрактної інтерполяційної задачі Кацнельсона-Хейфіця-Юдицького.

Всі вище перелічені результати сформульовані у вигляді доведених теорем, тобто є обґрунтованими. Достовірність результатів впливає з їх доведень і порівнянь з відомими раніше результатами. Здобувач демонструє вільне володіння різноманітною математичною технікою. Всі головні результати сформульовано у вигляді висновків до розділів та до дисертації. Аналіз висновків показує новизну результатів дисертації. Головні результати дисертації повністю опубліковані в міжнародних фахових виданнях. Вони також доповідались на міжнародних конференціях та на наукових семінарах і є достатньо відомими та доступними для фахівців.

Автореферат і основні положення дисертації є ідентичними за змістом.

До недоліків дисертації треба віднести певну кількість дрібних помилок:

1. На стор. 6 рядок 11 зверху: замість «Л.Ф. Сахновичем» слід було писати «Л.А. Сахновичем».

2. На стор. 26 рядок 13 зверху: замість «for all» слід було писати «для усіх».

3. На стор. 46 рядок 8 зверху: замість «неперервний» слід було писати «індефінітний».

4. На стор. 70 рядок 6 знизу: замість «оператора» слід було писати «симетричного відношення».

5. На стор. 71 рядок 4 зверху: слід вилучити «Т. Стилт'есом». Він вивчав іншу проблему моментів.

6. На стор. 86 рядок 13 знизу: замість «показана» слід було писати «доказана».

7. На стор. 91 рядок 2 знизу та на стор. 125 рядок 8 знизу: замість «властивість» слід було писати «рівність» (так визначено на стор. 86 рядок 13 знизу).

Наведені зауваження не відбиваються на загальному позитивному враженні від дисертаційної роботи.

З огляду на викладене вище, вважаю, що дисертація Неймана Євгена Вікторовича «Абстрактна інтерполяційна проблема в узагальнених класах Неванлінни» є завершеною актуальною науковою працею. Дисертація відповідає вимогам "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України №567 від 24.07.2013) щодо кандидатських дисертацій, а її автор, Нейман Євген Вікторович, заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

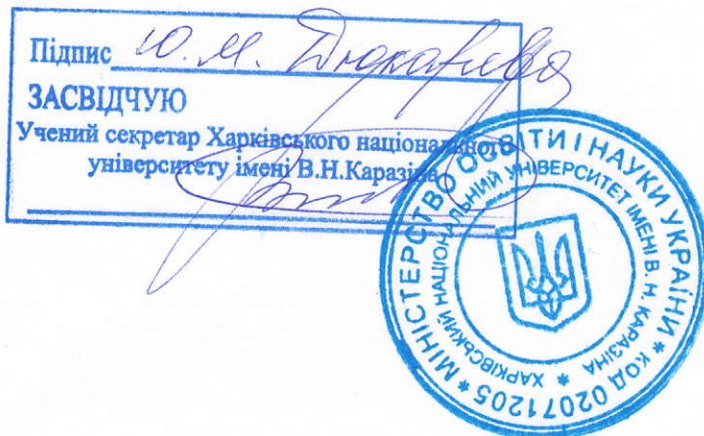
Офіційний опонент

професор кафедри вищої математики

Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна

доктор фізико-математичних наук, доцент

Ю.М. Дюкарев



*Кандидат фізико-математичних наук
 членою ради Д.в.д.06.01
 секретар ради*

*Кандидат фізико-математичних наук
 секретар ради*

Ж.8/