Відгук

офіційного опонента на дисертацію Рибака Олександра Владиславовича "Деякі задачі комбінаторної та топологічної динаміки", подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Досить часто в обчислювальних задачах фігурують системи, які є чутливими до початкових умов. Для таких систем важливо оцінити вплив похибки вимірювання початкового стану на точність прогнозу подальшої поведінки системи. Тому корисно запровадити та дослідити певні кількісні показники, що характеризують різні аспекти чутливості динамічної системи. При аналізі таких систем часто використовуються методи, пов'язані зі властивостями компактних метричних просторів та комбінаторними якостями певних підмножин множини натуральних чисел. Тому тема дисертаційної роботи Рибака О. В. є актуальною в науковому плані.

Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел, що містить 62 найменувань. Загальний обсяг роботи складає 109 сторінок.

У **вступі** дається історична довідка та аналізується сучасний стан проблем топологічної динаміки, пов'язаних із чутливістю до початкових умов. Обгрунтовується актуальність теми дисертації, висвітлюється зв'язок із науковими програмами, планами, темами. Визначено мету, об'єкт, предмет та завдання дослідження. Охарактеризовано наукову новизну результатів

дисертації, їх практичне значення, методи дослідження, апробацію результатів дослідження тощо. Наведено також короткий зміст дисертації.

У **першому** розділі наводиться огляд літератури за темою дисертації і визначаються основні напрямки дослідження.

У **другому розділі** введено чотири так званих числа Ляпунова – кількісні параметри, якими вимірюють ступінь чутливості динамічних систем на компактних метричних просторах. Встановлено нерівності поміж ними. Доведено, що відношення між довільними двома числами Ляпунова не перевищує 2. Окремо вивчено випадки систем із різноманітними асимптотичними властивостями: топологічно транзитивних, мінімальних, слабко перемішувальних тощо. Доведено, що в цих випадках деякі з чисел співпадають. Також наведено приклади систем із неспівпадаючими числами Ляпунова.

У **третьому розділі** розглядаються динамічні системи на відрізку. Відрізок є в певному сенсі найпростішим зв'язним метричним компактом, і цей факт дозволяє довести співпадіння чисел Ляпунова (першого з другим, третього з четвертим) для загальних систем на відрізку (без жодних додаткових умов). Розглянуто також абстрактні узагальнення систем на відрізку; доведено, що для них виконуються аналоги теорем про співпадіння чисел Ляпунова. Окрім того, в третьому розділі вивчаються індуковані динамічні системи, тобто системи, простір яких складається зі зв'язних замкнених підмножин відрізка та наділяється метрикою Хаусдорфа. Динаміка задається "динамікою підмножин" початкового простору (відрізка).

Видається цікавим результат про те, що індукована система не є чутливою до початкових умов, тобто числа Ляпунова є нульовими (незалежно від чутливості початкової системи).

В останньому, **четвертому розділі** вивчаються напівгрупові динамічні системи. Головні результати отримані у випадку комутативних напівгруп. Теореми розділу 2 про співпадіння чисел Ляпунова для топологічно транзитивних та мінімальних перетворень узагальнюються на напівгрупові комутативні системи. Також у цьому розділі наводиться поняття чутливості в сенсі Лі–Йорка для довільних напівгрупових систем (узагальнення класичного поняття для дій натуральних чисел). Доведено, що слабко перемішувальна система для комутативної напівгрупи на нетривіальному просторі є чутливою в сенсі Лі–Йорка. Показано, що аналогічне твердження є також вірним у випадку тотально транзитивних систем з усюди щільною множиною періодичних точок (навіть у випадку некомутативної напівгрупи).

Мною виявлені наступні недоліки дисертації:

1. Деякі означення повторюються по 2-3 рази: означення топологічної транзитивності, мінімальності тощо.
2. Стор. 32, лінія 8 знизу, замість “Вірний і зворотне твердження” потрібно “Вірне і зворотне твердження”.
3. Стор. 49, лінія 10 знизу: вживається слово “рівномірна” замість “зчеплена”.
4. У формулюванні теореми 2.3 умова “(X, f) – чутлива” є зайвою.
5. Підрозділ 2.4. На стор. 53 вживається поняття “топологічна точність”, а його визначення дається на стор. 84.

6. Незрозуміло, для чого наводити подібні приклади (що ілюструють можливість L_1=1, L_3=0,5) спочатку на стор. 53 розділу 2, а потім на стор. 84-85 розділу 4.
7. Стор. 53, лінія 3 знизу, відсутнє означення дистальності.
8. Стор. 68, відсутнє означення омега-граничної точки.
9. Стор. 81, лінія 5 знизу, "x" є зайвим.
10. Стор. 85, лінія 6 знизу, замість "$g(1/2=2/3)$" потрібно "$g(1/2)=2/3$".
11. Незрозуміло, чому в розділі 4 не розглядається співпадіння чисел Ляпунова для слабко перемішувальних систем за аналогією з розділом 2.

Однак, наведені зауваження не є принциповими, і не впливають на загальна високу оцінку дисертаційної роботи Рибака О. В.

Одержані в дисертації результати є новими, наведені в ній твердження сформульовані чітко, теореми супроводжуються детальними доведеннями, що засвідчує їх достовірність.

Результати дисертаційного дослідження своєчасно опубліковані у 5 наукових працях, всі опубліковано у виданнях, що внесені до переліку наукових фахових видань України та іноземних періодичних видань, 3 статті опубліковано в журналах, що індексуються в наукометричній базі Scopus. Додатково результати дисертації висвітлені в 3 тезах доповідей на наукових конференціях.

Автореферат повно і правильно відображає зміст дисертації.

Дисертаційна робота "Деякі задачі комбінаторної та топологічної динаміки" задовольняє вимоги “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України 24 липня 2013 року за № 567 (зі змінами) щодо кандидатських дисертацій, а її автор - Рибак Олександр Владиславович - заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент
доктор фізико-математичних наук,
провідний науковий співробітник
ФТІНТ НАН України Даниленко О. І.

Надійшов до спеціалізованої вченої ради Д26.206.02 05.05.2017р.
секретар ради /Артеменко Ж.Я./