

ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук Олійник Богдани Віталіївни на дисертаційну роботу Ісаєвої Тетяни Миколаївни “Одне кодування дійсних чисел засобами нескінченного алфавіту і його застосування”, поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 — алгебра та теорія чисел.

Перші опубліковані зображення чисел за допомогою нескінченних послідовностей натуральних чисел було побудовано ще у 19 сторіччі в роботах Штерна (1858) і Брокота (1861), які, по-суті, розглядали зображення дійсних чисел нескінченними ланцюговими дробами. Ці кодування дійсних чисел вивчались також Пероном (1913), Харді і Райтом (1985), Радемахером (1964), Хенслеєм (2006), та іншими. Існують також інші зображення дійсних чисел у за допомогою нескінченних послідовностей натуральних чисел. Одним з найбільш відомих таки зображень є ряди Енгеля, які почали вивчатись ще в середині минулого століття Борелем (1948) і Пероном (1960). Проте й досі цим зображенням або їх модифікаціям присвячується багато праць, наприклад Л. Фанга (2016), Б. Ріттауда (2016), та інших. Нескінченні зображення чисел використовуються як інструмент при дослідженнях в символній динаміці, теорії наближених обчислень, теорії розподілів випадкових величин, тощо. Добре відомими міжнародній математичній спільноті стали численні результати з метричної теорії зображень дійсних чисел, отримані М. В. Працьовитим та його учнями. Оскільки дисертаційна робота Т. М. Ісаєвої присвячена дослідженню властивостей зображень чисел з напівінтервалу $(0, 1]$, то все вище сказане служить обґрунтуванням актуальності її проблематики.

Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, розбитих на 23 параграфів, висновків, списку умовних позначень та списків використаних джерел і публікацій автора.

В першому розділі дисертаційної роботи наведено необхідні означення і зроблено огляд відомих результатів, що стосуються зображення чисел з

напівінтервалу $(0, 1]$, які пов'язані з дослідженнями автора. Розглянуто узагальнення класичної функції Мінковського і доведено існування йому відповідного зображення чисел. Розглянуто властивості множин, що є не більше ніж зліченими об'єднаннями циліндрів цього зображення, обчислено розмірність Хаусдорфа–Безиковича цих множин.

Другий розділ дисертаційної роботи присвячено вивченню зображення чисел з напівінтервалу $(0, 1]$, яке породжується класичною функцією Мінковського і називається $\Delta^\#$ -зображенням. Зокрема, в цьому розділі встановлено зв'язок з двійковим зображенням, сформульовано критерій раціональності числа, описано властивості циліндричних і хвостових частин, а також встановлено зв'язок, між $\Delta^\#$ -зображенням і розподілом випадкових величин на напівінтервалі $(0, 1]$.

Третій розділ роботи присвячено дослідженню Δ^μ -зображення чисел, що є узагальненням $\Delta^\#$ -зображення. Δ^μ -зображення залежне від параметра μ , що може набувати довільного значення з інтервалу $(0, 1)$. Це зображення пов'язане з узагальненням функції Мінковського. У цьому розділі сформульовано достатню умову раціональності числа, показано, що циліндричні множини є відрізками, розглянуто властивості множин, що є не більше ніж зліченими об'єднаннями циліндричних множин цього зображення, обчислено їх розмірність Хаусдорфа–Безиковича. Також доведено, що для довільних натуральних чисел s і r , множина всіх чисел, зображення яких не містить \overline{sr} , є ніде не щільною множиною нульової міри Лебега. Доведено теорему про нормальну властивість числа.

В четвертому розділі дисертаційної роботи вивчається застосування Δ^μ -зображення чисел у теорії функцій і ймовірнісній теорії чисел. Зокрема, досліджено ін'єктивність, сюр'єктивність, монотонність та інші властивості деяких функцій, визначених на Δ^μ -зображеннях чисел. Введено поняття хвостової множини і описано деякі її властивості.

Проведений аналіз показує, що дисертаційна робота Т. Ісаєвої є закінченим науковим дослідженням, яке присвячене актуальним питанням сучасної алгебри. Всі результати дисертаційної роботи є новими. Вони супроводжуються строгими доведеннями і їх правильність не викликає сумнівів.

Результати дисертаційної роботи опубліковано в 6 статтях, всі статті

у фахових виданнях, з яких 1 стаття – у виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus, та у 13 тезах доповідей на наукових конференціях, з яких 3 без співавторів. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Результати дисертаційної роботи можуть знайти застосування в подальших дослідженнях з метричної теорії чисел, символічної динаміки, а також для конструювання і дослідження функцій зі складною структурою. З ними слід ознайомитись фахівцям, що працюють в Київському, Львівському, Одеському, Харківському Національних університетах, Інститутах кібернетики та математики НАН України, Національному університеті “Києво–Могилянська Академія”.

Дисертаційна робота добре оформлена і гарно написана. Є окремі описки, незначні помилки, наприклад

- 1) на ст. 11 написано “породженх” замість “породжених”;
- 2) на ст. 29 написано “не більш ніж зліченим ϵ -покриттями” замість “не більш ніж зліченими ϵ -покриттями”;
- 3) на ст. 44, у формулюванні леми 1.4.2 в пункті 3, в лівій частині формули має бути написано об’єднання до n замість об’єднання до ∞ ;
- 4) на ст. 90 у формулюванні леми 3.5.1 варто було б навести формулу, як пов’язані m і k , оскільки k фігурує у твердженнях леми, але не пояснено, чому воно дорівнює. Тобто, на мою думку варто дописати: “якщо m — парне число, тобто $m = 2k$, то...”, “якщо m — непарне число, тобто $m = 2k - 1$, то...” .

Але ці недоліки не мають принципового характеру і жодною мірою не зменшують наукового рівня дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота “Одне кодування дійсних чисел засобами нескінченного алфавіту і його застосування” повністю задовольняє вимогам, що висуваються на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук відповідно до “Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня

2013 р., № 567, а її автор, Ісаєва Тетяна Миколаївна, заслуговує на при-
судження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі
спеціальності 01.01.06 — алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент, доктор
фізико-математичних наук, доцент
завідувач кафедри математики
факультету інформатики
Національного університету
“Києво-Могиллянська Академія”

Б. В. Олійник



Кандидатка спеціальності
Вченої ради
секретар ради
Києво-Могиллянська Академія
25.05.2017р.
Артемишинська Ж.І.

