

ВІДГУК
офіційного опонента на дисертацію
Ісаєвої Тетяни Миколаївни
«Одне кодування дійсних чисел засобами нескінченного алфавіту
і його застосування»
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
зі спеціальності 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Дисертація Ісаєвої Т.М. присвячена задачам метричної та ймовірнісної теорій чисел у термінах їх зображень у новій системі кодування з нескінченим алфавітом, нульовою надлишковістю та N -самоподібною геометрією, яка топологічно еквівалентна ланцюговому зображенню дробової частини дійсного числа.

Актуальність дослідження. Одним із шляхів розвитку метричної та ймовірнісної теорій чисел, фрактальної геометрії та фрактального аналізу є розширення кола різних систем зображення чисел зі скінченим та нескінченим алфавітами, детальне вивчення їх геометрії (геометричного значення цифр, метричних співвідношень, самоподібності тощо).

Дисертаційне дослідження Ісаєвої Т.М. стосується сім'ї Δ^μ -зображень чисел – систем аналітичного кодування дійсних чисел з нескінченим алфавітом та нульовою надлишковістю, яка ґрунтується на використанні неперервної строго зростаючої сингулярної функції Мінковського та її узагальнень. Варто зауважити, що функція Мінковського відіграє важливу роль у теорії чисел і часто фігурує в сучасних наукових дослідженнях. Особливістю систем зображень чисел, які фігурують у дисертації, є те, що вони з однієї континуальної однопараметричної сім'ї, мають N -самоподібну геометрію і топологічно еквівалентні зображенню чисел ланцюговими дробами. Саме тому основний акцент в роботі зроблено на вивчення метричних співвідношень та розв'язання метричних та ймовірнісних задач. Крім традиційних задач, які раніше розв'язувались стосовно інших зображень, автор вивчає властивості сім'ї неперервних перетворень півінтервала $(0;1]$, що зберігають «хвости» Δ^μ -зображення чисел. Конструктивно доводить, що відносно операції «композиція перетворень», вони утворюють нескінченну некомутативну групу. Паралельно з цим, описано властивості класів неперервних та кусково-неперервних функцій, які зберігають хвости зображення, і є перспективними об'єктами для використання в теорії чисел.

У сім'ї Δ^μ -зображень центральне місце займає $\Delta^\#$ -зображення ($\mu=0,5$), яке відповідає кодуванню саме за допомогою функції Мінковського. У дисертації йому приділена належна увага. Зазначимо, що дане дисертаційне дослідження є продовженням низки робіт, що стосувались інших аналітичних кодувань чисел засобами теорії рядів (зокрема, Люрота, Енгеля, Остроградського, Пірса, Сильвестера та інших).

Зміст роботи. Робота вдало структурована. Вона складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел (107 найменувань), списку публікацій автора (19 найменувань) та списку умовних позначень.

У вступі обґрунтовано актуальність дослідження, визначено його об'єкт, предмет, мету і завдання, висвітлено наукову новизну, практичне значення, анонсовано основні наукові результати, що виносяться на захист, також зазначено інформацію про особистий внесок дисертанта, зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, апробацію та публікації результатів дослідження.

У 1-му розділі «Огляд літератури та концептуальні засади дослідження», який носить вступний характер, автор робить стислий огляд літератури з тематики дослідження, формулює основні означення, базові поняття і факти, зокрема, наводить огляд попередніх результатів дослідження властивостей класичної сингулярної функції Мінковського, що є відправним пунктом роботи, та систем кодування дійсних чисел з нескінченним алфавітом, що тісно пов'язані з об'єктом дослідження. Крім цього, автор описує два з можливих узагальнень функції Мінковського: найпростіше та досліджує ним породжене Δ^q -зображення чисел і принципово інше узагальнення, що породжує основний об'єкт дослідження.

Другий розділ « $\Delta^\#$ -зображення дійсних чисел» присвячено нескінченно-символьному зображенню чисел півінтервала $(0;1]$, яке безпосередньо пов'язане з класичною функцією Мінковського. В ньому детально вивчено геометрію цього зображення, достатньо повно обґрунтовано критерій раціональності числа, вказано застосування $\Delta^\#$ -зображення в теорії розподілів випадкових величин, індукованих розподілами їх цифр; доведено, що при обчисленні розмірності Гаусдорфа-Безиковича борелівських підмножин відрізка $[0;1]$ можна обмежитись зв'язними об'єднаннями циліндрів.

У 3-му розділі « Δ^μ -зображення дійсних чисел» обґрунтовується однопараметричне зображення чисел, яке є основним об'єктом дисертаційної роботи і узагальненням $\Delta^\#$ -зображення, причому співпадає з ним при $\mu=0,5$. Це зображення тісно пов'язане з узагальненням φ_μ функції Мінковського, запропонованого у 2010 р. Працьовитим М.В. та його учнями. Але слід відмітити, що у дисертації наведено нове незалежне доведення існування Δ^μ -розкладу чисел і єдиність нескінченного розкладу. Виділено злічений підклас раціональних Δ^μ -зображень, для них вказано ознаку раціональності числа та спростовано гіпотезу про перенесення критерію раціональності числа для $\Delta^\#$ -зображення чисел.

Четвертий розділ «Застосування Δ^μ -зображення чисел» присвячено застосуванням Δ^μ -зображення у фрактальному аналізі, метричній та ймовірнісній теоріях чисел. А саме: вивчаються функції з фрактальними властивостями, які визначені у термінах Δ^μ -зображення числа; центральне місце займає підрозділ, де конструюються класи неперервних строго зростаючих функцій, що зберігають «хвости» Δ^μ -зображення чисел, за

допомогою яких будуються неперервні перетворення $(0,1]$; доводиться, що множина всіх таких перетворень є нескінченною і відносно операції «композиція» (суперпозиція) утворює некомутативну групу; також досліджуються розподіли випадкових величин, означені в термінах Δ^μ -зображення чисел.

Отримані нові наукові результати.

1) створена теорія $\Delta^\#$ -зображення, зокрема отримано критерій раціональності числа, повний опис властивостей циліндричних та хвостових множин, операторів лівостороннього та правостороннього зсуву цифр, розв'язки задач про метричні, топологічні та фрактальні властивості множин чисел з певними заборонами на вживання цифр у зображенні тощо;

2) побудована теорія Δ^μ -зображення, яка включає геометричне тлумачення цифр, метричні співвідношення, породжені властивостями циліндрів, нормальні властивості чисел, опис фрактальних властивостей множин канторівського типу, формули для обчислення їх міри Лебега та ін.;

3) наведено застосування Δ^μ -зображення для дослідження кусково-неперервних функцій та неперервних перетворень $[0;1]$, які зберігають властивості Δ^μ -зображення чисел, зокрема, їх хвости; розподілів ймовірностей, визначених наперед заданими розподілами цифр Δ^μ -зображення.

Обґрунтування отриманих результатів. Усі результати дослідження та його висновки строго і достатньо повно обґрунтовано. Їх істинність не викликає сумнівів.

Публікації та апробація результатів дослідження. Результати дослідження достатньо повно висвітлені у 6 статтях, опублікованих у виданнях, внесених до переліку наукових фахових видань України, з них 3 статті у наукових виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз (Zentralblatt MATH, Scopus). Вони належно апробовані на наукових семінарах і конференціях. Автореферат відносно повно і правильно відображає основний зміст дисертації.

Зауваження. Робота не позбавлена дрібних недоліків:

1. Робота могла би бути коротшою, якби автор не деталізував однотипні випадки, або ігнорував зліченні множини, роль яких в задачах метричної теорії нульова.

2. Не на всі літературні джерела в дисертації є посилання.

3. Список скорочень та умовних позначень достатньо бідний.

4. У роботі присутні мовні огріхи, зокрема орфографічні та пунктуаційні та технічні описки (наприклад, стор. 18, 66, 78, 97).

5. Немає означення випадкової величини τ_k (стор. 73).

6. Немає оцінки збіжності до числа x при зображеннях $\Delta^\#$ та Δ^μ . Відсутня порівняльність досліджуваних зображень з іншими (такими як ряди Люрота, Егеля і т.д.)

Загальні висновки. Дисертація Ісаєвої Т.М. є завершеним самостійним науковим дослідженням, виконаним на актуальну тему,

результати якого є строго обґрунтованими і мають наукове значення. Отримані автором результати мають теоретичний характер, вони роблять помітний внесок у метричну та ймовірнісну теорію чисел, є строго і повно обґрунтованими, можуть бути використані при вивченні об'єктів фрактальної геометрії та фрактального аналізу.

Вважаю, що дисертаційна робота «Одне кодування дійсних чисел засобами нескінченного алфавіту і його застосування» відповідає профілю ради і паспорту спеціальності, а також задовольняє вимогам пп. 9, 11-13 «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова Кабінету міністрів України № 567 від 24.07.2013) щодо кандидатських дисертацій, а її автор, Ісаєва Тетяна Миколаївна, заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент
доктор фіз.-мат. наук, професор,
завідувач кафедри комп'ютерної алгебри та
дискретної математики
Одеського національного
університету імені І.І. Мечникова

П.Д. Варбанець



Надійшов до секретаріату
вченої ради Канцелярія 06.03 24.05.2017р.
секретар ради [signature] / Артемченко Ж.В.

