

## **ВІДГУК**

офіційного опонента

на дисертаційну роботу Юрія Володимировича Троценка

«Розвиток методів аналітичної механіки в задачах

про коливання багатокомпонентних механічних систем»,

поданої на здобуття наукового ступеня доктора

фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – теоретична механіка

### **Актуальність теми роботи**

У різних галузях промисловості широке розповсюдження знаходять механічні системи, які складаються з абсолютно твердих і пружних деформівних тіл, взаємодіючих з великими масами рідини. Зазначені багатокомпонентні системи широко представлені в ракетобудуванні, кораблебудуванні та на залізничному транспорті. Однією з першочергових задач в загальному комплексі досліджень динаміки таких систем є задача про власні коливання її складових, розв'язок якої дозволяє як визначати резонансні частоти системи, так і відкриває нові можливості при дослідженні їх коливань, обмовлених дією нестационарних механічних навантажень. Розглядувана дисертаційна робота присвячена розробці аналітичних методів дослідження власних коливань складних механічних систем, які включають в себе абсолютно тверді тіла, пружні чи жорсткі елементи конструкції у вигляді оболонок обертання, які частково заповнені ідеальною нестисливою рідиною. Цим і визначається актуальність теми роботи.

### **Оцінка основного змісту роботи**

Дисертаційна робота складається зі вступу, шести розділів, висновків і списку використаних джерел.

У вступі обґрунтовано актуальність обраної теми, визначено наукову новизну отриманих результатів.

Перший розділ присвячений аналізу існуючих праць за темою дисертаційної роботи, огляду методів дослідження розглянутих у роботі механічних систем.

Другий розділ роботи присвячено побудові лінійної математичної моделі динамічної взаємодії довільної оболонки обертання з абсолютно твердим тілом, приєднаним до одного з її торців, та розробці наближеного методу розрахунку частот та форм власних невісесиметричних коливань розглядуваної механічної системи. Виходячи з принципу можливих переміщень автором отримана інтегродиференціальна постановка задачі про визначення рівноважного стану оболонки при дії зосереджених та розподілених навантажень загального виду. На основі принципу Д'Аламбера сформульовані спектральні задачі, що описують вільні поперечні коливання розглядуваної механічної системи. Запропоновано аналітичний метод побудови наближених розв'язків зазначених задач, який базується на їх еквівалентних варіаційних формулюваннях. Проаналізовані границі застосування спрощеної постановки задачі при заміні оболонки обертання еквівалентною балкою Тимошенка.

Третій розділ роботи присвячений розробці енергетичного методу для розв'язування спектральної задачі про коливання довільної оболонки обертання в умовах її сингулярного збурення. Застосування традиційних методів математичної фізики (апроксимація операторів різницевиими співвідношеннями, методи типу Рітца і т.п.) суттєво залежить від відносної товщини оболонки. Для уникнення проблем, притаманних зазначеним методам, у дисертаційній роботі попередньо встановлена формальна структура розв'язків задачі про вільні коливання незамкнених в меридіональному напрямку оболонок обертання, використовуючи при цьому загальну теорію асимптотичного інтегрування сингулярно збурених задач, і сформульовані основні принципи побудови координатних функцій в методі Рітца, використовуючи при цьому зображення примежових функцій у формі Вішика-Люстерника.

Для випадку куполоподібних оболонок, для яких полюс являється регулярною особливою точкою, для вхідних рівнянь запропоновані системи базисних функцій, які враховують асимптотичну поведінку обмежених розв'язків в околі полюса. У розділі також представлені ефективні алгоритми розрахунку частот і форм власних коливань, які були реалізовані для циліндричної, сферичної та усіченої конічної оболонок.

В четвертому розділі роботи із застосуванням метода Рітца та методу декомпозиції розв'язані спектральні задачі про вільні коливання стержня кусково-неперервної структури та коливання рідини в резервуарах складної геометрії. Для розв'язання задачі на основі варіаційного принципу можливих переміщень побудований узагальнений функціонал для всієї області визначення шуканих функцій, для якого всі умови спряження підобластей механічної системи є природними граничними умовами. Методом Рітца для знаходження екстремальних значень отриманого функціоналу розв'язок задачі зводиться до розв'язування однорідної алгебраїчної системи відносно коефіцієнтів для розвинень шуканих функцій в підобластях по незалежним системам базисних функцій.

Отримані результати третього та четвертого розділів дисертаційної роботи органічно поєднуються при розв'язуванні задач гідропружності в наступних її розділах. Зокрема, п'ятий розділ роботи присвячений дослідженню вимушених та вільних коливань вертикально розміщеного пружного стержня, який на вільному торці має резервуар з рідиною, а також стержня з приєднаним до нього в деякому перерізі вісесиметричного резервуара, який частково заповнений рідиною.

З використанням варіаційного принципу можливих переміщень побудована загальна математична модель динаміки стержня з приєднаним до нього резервуаром з рідиною під дією зовнішніх сумарних сил і моментів, що прикладені до резервуара, а також розподіленого навантаження, що діє на стержень. Дана постановка задачі про вільні коливання системи «стержень – резервуар – рідина» та запропоновані методи визначення частот і форм коливань системи, які базуються на варіаційній постановці задачі. При цьому, в задачі про власні коливання стержня з підвісним резервуаром у зв'язку з наявністю розривних граничних умов при побудові розв'язків автором використовується метод Рітца в поєднанні з методом декомпозиції області визначення шуканих функцій.

Шостий розділ роботи присвячено розробці наближеного методу розв'язування задачі про коливання довільних пружних оболонок обертання, які частково заповнені ідеальною нестисливою рідиною. Визначення коливань розглядуваної механічної системи пов'язано з необхідністю сумісного інтегрування системи рівнянь для переміщень оболонки і рівняння Лапласа для потенціалу зміщень рідини при відповідних граничних і початкових умовах.

В рамках лінійної теорії оболонок та теорії малих хвильових рухів ідеальної рідини наведена диференціальна постановка розглядуваної задачі. Побудова розв'язків цієї задачі зведена до розв'язування системи звичайних диференціальних рівнянь з незалежною змінною за часом. При цьому були використані власні функції спектральних задач про коливання рідини в абсолютно жорсткому резервуарі та про коливання оболонки з рідиною за умови, що хвильові рухи рідини не виникають. Визначення коефіцієнтів отриманої системи рівнянь було пов'язано з обчисленням квадратур від розв'язків введених однорідних задач.

У розділі наведені конкретні результати для задачі про коливання циліндричної оболонки з рідиною. Проаналізована ефективність запропонованого методу її розв'язання, дана оцінка збіжності розв'язків в залежності від числа базисних функцій для переміщень оболонки і для потенціалу зміщень рідини. Проведено порівняння отриманих значень з існуючими у літературі точними розв'язками.

### **Наукова новизна отриманих результатів**

Наукова новизна результатів полягає у розвиненні теорії та аналітичних методів дослідження складних механічних систем, що включають в себе абсолютно тверді тіла, пружні чи жорсткі конструктивні елементи у вигляді оболонок обертання, частково заповнених ідеальною нестисливою рідиною. У роботі, зокрема,

– вперше побудована математична модель руху довільної оболонки обертання з твердим тілом на одному з її торців під дією зосереджених та розподілених навантажень та запропонований наближений метод розрахунку її вільних невісесиметричних коливань;

– з використанням елементів аналітичної теорії диференціальних рівнянь з малим параметром при старшій похідній і рівнянь з регулярною особливою точкою розроблений варіаційний метод розв'язання спектральної задачі про коливання довільних тонкостінних оболонок обертання;

– розроблений варіаційний метод розв'язування спектральних задач про вільні коливання балки, взаємодіючої з резервуаром, частково заповнених рідиною;

– із застосуванням методу декомпозиції області інтегрування рівнянь теорії оболонок та варіаційного методу розроблений новий алгоритм розрахунку частот та форм власних коливань довільних пружних оболонок обертання, частково заповнених ідеальною рідиною з врахуванням хвильових рухів на її вільній поверхні.

### **Обґрунтованість і достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій**

Достовірність отриманих наукових результатів підтверджується їх узгодженістю з відомими експериментальними та теоретичними результатами інших ав-

торів, практичною збіжністю розроблених алгоритмів, кількісною та якісною узгодженістю результатів, що отримані на основі незалежних розрахункових схем.

Обґрунтованість наукових положень, висновків і рекомендацій дисертаційного дослідження підтверджується детальним теоретичним їх аналізом, а також публікаціями в рецензованих наукових виданнях та обговоренням основних положень і висновків на Міжнародних наукових конференціях.

### **Значення роботи для науки і практики**

Наукова значущість результатів дисертаційної роботи полягає у розвитку аналітичних методів аналізу власних коливань складних механічних систем, які включають в себе абсолютно тверді тіла, пружні чи жорсткі конструктивні елементи у вигляді оболонок обертання, які частково заповнені ідеальною нестисливою рідиною.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що створені розрахункові алгоритми можуть бути використані при вдосконаленні існуючих і проектуванні нових механічних систем, а також при розв'язанні низки прикладних задач теорії пружності та гідропружності, зокрема при проектуванні промислових резервуарів, що експлуатуються в сейсмічно небезпечних районах.

### **Рекомендації щодо використання результатів проведених досліджень**

Отримані в дисертаційній роботі результати, в тому числі, запропоновані математичні та механічні моделі, виконані постановки задач, розроблені методики чисельного розв'язання та зроблені висновки роботи можуть бути використані при подальших дослідженнях задач механіки багатокомпонентних механічних систем, що проводяться в наукових установах, зокрема, в Інституті математики та Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вищих навчальних закладах та науково-дослідних інститутах відповідного профілю. Вони також можуть використовуватись у проектно-конструкторських і виробничих організаціях при проектуванні сучасних механічних систем, які можуть бути представлені у вигляді оболонок обертання, взаємодіючих з рідиною, та дослідженні умов їх безпечної та надійної експлуатації.

### **Повнота викладення результатів дисертації у фахових виданнях**

За темою дисертаційної роботи автором опубліковано 23 статті у фахових виданнях відповідно до вимог публікації матеріалів докторських дисертацій за фахом 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла, в т.ч. 12 без співавторів і 3 статті у провідних іноземних виданнях.

Основні положення і результати дисертації пройшли також достатньо повну апробацію на наукових семінарах, конференціях та симпозіумах, в т.ч. Міжнародного рівня.

Автореферат дисертації повно і всебічно відображає основні ідеї, положення та висновки дисертаційної роботи, а також зміст проведених досліджень.

## **Зауваження**

За змістом роботи можна зробити наступні зауваження:

1. Суттєві розбіжності отриманих автором результатів для частот згинних коливань механічної системи «тіло–оболонка» в спрощеній постановці із залученням рівнянь теорії балок Тимошенка і класичної теорії Ейлера–Бернуллі (навіть при відношенні  $l/h > 100$ ) свідчить про необхідність додаткових досліджень стосовно причин, які обумовили таку різницю, або розв'язання зазначеної задачі принципово іншими методами, наприклад, за допомогою методу скінченних елементів, якому у роботі, вважаю, приділено недостатньо уваги.

2. З аналізу публікацій інших авторів слідує, що розв'язок для повністю заповненої рідиною оболонки може бути використаний і для випадку часткового її заповнення. При цьому вважається, що та частина оболонки, яка не змочена рідиною, суттєво не впливає на коливання всієї конструкції. Тому на основі отриманих у дисертаційній роботі результатів доцільно було оцінити вплив незмоченої частини оболонки на коливання оболонки у цілому.

3. В дисертаційній роботі розглянуті механічні системи, які представлені у вигляді оболонок обертання однорідної геометрії. У той же час досить розповсюдженими на практиці є резервуари, які конструктивно виконані з різних за геометрією оболонок. У зв'язку з цим бажано було б показати які математичні труднощі виникають при дослідженні власних коливань таких складених оболонок обертання і які перспективи їх розв'язання.

4. Окреме зауваження стосується назви дисертаційної роботи, яка не зовсім влучно відображає її зміст. Так, словосполучення «розвиток методів аналітичної механіки» може бути трактоване в історичному контексті, а термін «багатокомпонентні механічні системи» не стосується виключно тих об'єктів, які були розглянуті у дисертаційній роботі. На мою думку, назва роботи мала містити слова, які обрані як ключові у авторефераті – пружні конструкції з рідиною, оболонки обертання, сингулярно збурені задачі.

5. Є певні зауваження до оформлення роботи. Так, у анотації до кожного розділу слід було вказати публікації автора, у яких представлені відповідні результати, а наприкінці розділу навести основні висновки та рекомендації стосовно їх застосування на практиці. Також у межах одного розділу автор використовує однакові літери для принципово різних величин (зокрема,  $s$  і  $s^2$ ;  $r$  і  $r^2$ ;  $\mu$ ;  $\omega$ ;  $H$ ) та різні позначання при обезрозмірюванні, що дещо ускладнює сприйняття викладеного матеріалу.

Втім, ці зауваження не змінюють загального позитивного враження щодо основного змісту роботи, новизни положень і обґрунтованості висновків і не применшують її наукового та практичного значення.

## **Загальні висновки**

Розглядувана дисертаційна робота є завершеним науковим дослідженням, вона належним чином оформлена та ілюстрована. Сукупність отриманих в роботі результатів можна кваліфікувати як суттєвий теоретичний внесок в розробку нових методів дослідження динаміки складних механічних систем, які включають абсолютно тверді тіла, пружні чи жорсткі конструктивні елементи у вигляді оболонок обертання, частково заповнених ідеальною нестисливою рідиною.

Вважаю, що подана до захисту дисертаційна робота «Розвиток методів аналітичної механіки в задачах про коливання багатокомпонентних механічних систем» повністю задовольняє вимогам «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова КМУ від 24 липня 2013 р. № 567 зі змінами) щодо докторських дисертацій, а її автор, Юрій Володимирович Троценко, заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – теоретична механіка.

Офіційний опонент,  
професор каф. теоретичної механіки  
КПІ ім. І. Сікорського,  
д-р фіз.-мат. наук

І.В. Янчевський

Підпис проф. І.В. Янчевського засвідчую:

Декан факультету авіаційних і космічних систем  
КПІ ім. І. Сікорського, професор,  
д-р техн. наук



О.В. Збруцький

Надійшов до секретарів  
вченої ради Д-р Катерина  
секретар ради *Ал-* 16.06.2017р.  
/ Артемченко А. Я. /

