

ВІДГУК

на дисертацію Дакхіл Хайджаа Кхудхаір

"Задачі про тінь та відображення постійної кратності",
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
зі спеціальності 01.01.01 — математичний аналіз

Поняття опуклості відіграє важливу роль у різних областях фундаментальної та прикладної математики. Опуклий аналіз знаходить застосування у теорії наближень, комплексному аналізі, варіаційному численні, математичній теорії керування, теоретичній механіці, теорії пружності, економіці. Основні факти та поняття опуклого аналізу сформувались іще у 18-му та на початку 19-го століть. Так, Г. Мінковський створив спеціальний розділ геометрії — опуклу геометрію. Значний вклад у створення та розвиток опуклої геометрії внесли також Я. Штейнер, К. Каратеодорі, Е. Хеллі, В. Бляшке, Т. Боннезен, В. Фенхель та ін. Основні поняття опуклої геометрії, такі як опорна функція, поляра, крайня точка, зіграли значну роль у створенні на початку 20-го століття функціонального аналізу. Поняття лінійної опуклості було запроваджене Г. Беенке та Е. Пешлем у середині 30-х років минулого століття для областей з \mathbb{C}^2 з метою побудови комплексного аналога опуклості, в якому роль евклідових прямих і площин відігравали б комплексні прямі та площини. Проте надалі з'ясувалось, що точним комплексним аналогом опуклості є запроваджене А. Мартіно поняття сильної лінійної опуклості, яке знайшло застосування в ряді задач багатовимірного комплексного аналізу. С. В. Знаменський довів, що клас сильно лінійно опуклих множин складається з таких лінійно опуклих областей або компактів, перетини яких комплексними прямими ациклічні (тобто зв'язні і мають непорожнє зв'язне доповнення). Геометричні властивості лінійно та сильно лінійно опуклих множин систематично досліджувались в роботах А. Мартіно, Л. А. Айзенберга, Л. Я. Макарової, А. П. Южакова, В. А. Степаненко, Б. С. Зінов'єва, Ю. Б. Зелінського та ін.

Подальші узагальнення цих понять були зроблені в роботах Х. Кісельмана, Ю. Б. Зелінського, Г. А. Мкртчяна та ін. Зокрема, Г. А. Мкртчян уперше запропонував гіперкомплексний аналог опуклості у багатовимірному кватерніонному просторі \mathbb{H}^n . Після запровадження у 1985 році Г. А. Мкртчяном гіперкомплексної опуклості стало можливим розвивати багатовимірний кліффордів (зокрема, кватерніонний) опуклий аналіз, що знайшло відображення в роботах Т. М. Осіпчук, Б. А. Кліщука та М. В. Стефанчук.

Дисертація присвячена розв'язанню відкритих проблем теорії узагальнено опуклих множин та відображень постійної кратності. Вона актуальна

як з погляду можливих застосувань до багатовимірних задач математичної фізики та прикладних дисциплін, так і розвитку методів опуклого аналізу стосовно досліджених у роботі проблем.

Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та списку з 97 використаних джерел і займає 128 сторінок.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету дослідження, коротко викладено зміст основної частини роботи та показано наукову новизну одержаних результатів.

У першому розділі дається огляд наукових праць, проблематика яких тісно пов'язана з дослідженнями, які містяться у дисертаційній роботі, робиться короткий огляд результатів дисертації.

У другому розділі дисертаційної роботи досліджено декілька нових класів узагальнено опуклих множин (слабко m -опуклі та слабко m -напівопуклі множини). Кожен з цих класів задовольняє аксіому опуклості: перетин довільної сукупності множин з такого класу теж належить до цього класу. Отримано узагальнення теореми Ю. Зелінського про характеристику компакта через його спряжену множину на слабко 1-опуклі компакти, досліджено характеристики слабко m -опуклих відкритих множин.

Третій розділ дисертаційної роботи присвячений розв'язанню задач про тінь для деякої наперед заданої сім'ї множин. Класична задача про тінь була поставлена Г. Худайбергановим у 1982 році: яка найменша кількість попарно неперетинних замкнених (відкритих) куль у просторі \mathbb{R}^n з центрами на сфері S^{n-1} та радіусами, меншими від радіуса сфери, достатня для того, щоб довільна пряма, яка проходить через центр сфери, перетинала хоча б одну з цих куль. Г. Худайберганов довів, що при $n = 2$ двох кругів необхідно і достатньо для створення тіні в центрі кола. У дисертаційній роботі повністю розв'язана задача, поставлена Ю. Б. Зелінським, для сім'ї куль однакового радіуса у тривимірному евклідовому просторі. При цьому показано, що, якщо центри цих куль знаходяться на сфері, то така задача не має розв'язку. При вільному розміщенні центрів куль задача розв'язана повністю. Встановлено, що чотирьох куль фіксованого радіуса необхідно і достатньо для створення тіні в заданій точці тривимірного евклідового простору. Також отримано точні оцінки для задач про тінь для сім'ї куль однакового радіуса у комплексному та гіперкомплексному евклідових просторах.

У четвертому розділі дисертаційної роботи досліджено можливість побудови власного відображення постійної непарної кратності на відкритій кулі евклідового простору \mathbb{R}^n за умови, що на межі кулі відображення є гомеоморфізмом. Цим продовжено дослідження Й. Міодушевського про відображення інтервала в себе сталої кратності. Зокрема, з цих результатів впливає іс-

нування шуканого Ю. Б. Зелінським строго трикратного відображення внутрішності кулі в себе, при умові, що абсолютна величина степеня відображення на сфері (межі кулі) дорівнює одиниці.

Цей перелік свідчить, що результати дисертації Х. К. Дакхіл цікаві і нові. У своїй сукупності вони є помітним внеском у дану тематику. Отримані результати достатньо обґрунтовані, що вимагало від автора досить високої математичної культури, вільного володіння загальними методами опуклого аналізу та теорії відображень. Ці результати опубліковані у достатній кількості праць (8 статей, з яких 5 у фахових виданнях з переліку, що затверджений ВАК України, одна входить у наукову метричну базу Scopus) і належно апробовані (5 тез конференцій і виступи на наукових семінарах). Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Зауваження до роботи:

— на с. 27 у формулюванні теореми 1.2.1 замість слів “сімейства відкритих куль” доцільно вжити “сім’ї відкритих куль”;

— на с. 30 у формулюванні теореми 1.4.3 замість слів “в тривимірному евклідовому просторі” слід писати “у тривимірному евклідовому просторі”;

— на с. 31 у формулюванні теореми 1.4.6 замість “належала до 1-напіввипуклої оболонки сімейства замкнутих множин” варто написати “належала до 1-напівопуклої оболонки сім’ї замкнутих множин”;

— на с. 59 у формулюванні означення 2.4.1 слово “аппроксимувати” потрібно писати з однією літерою “п”;

— на с. 75 у формулюванні теореми 3.2.1 замість “для створення тіні в центрі сфери” слід писати “для створення тіні у центрі сфери”;

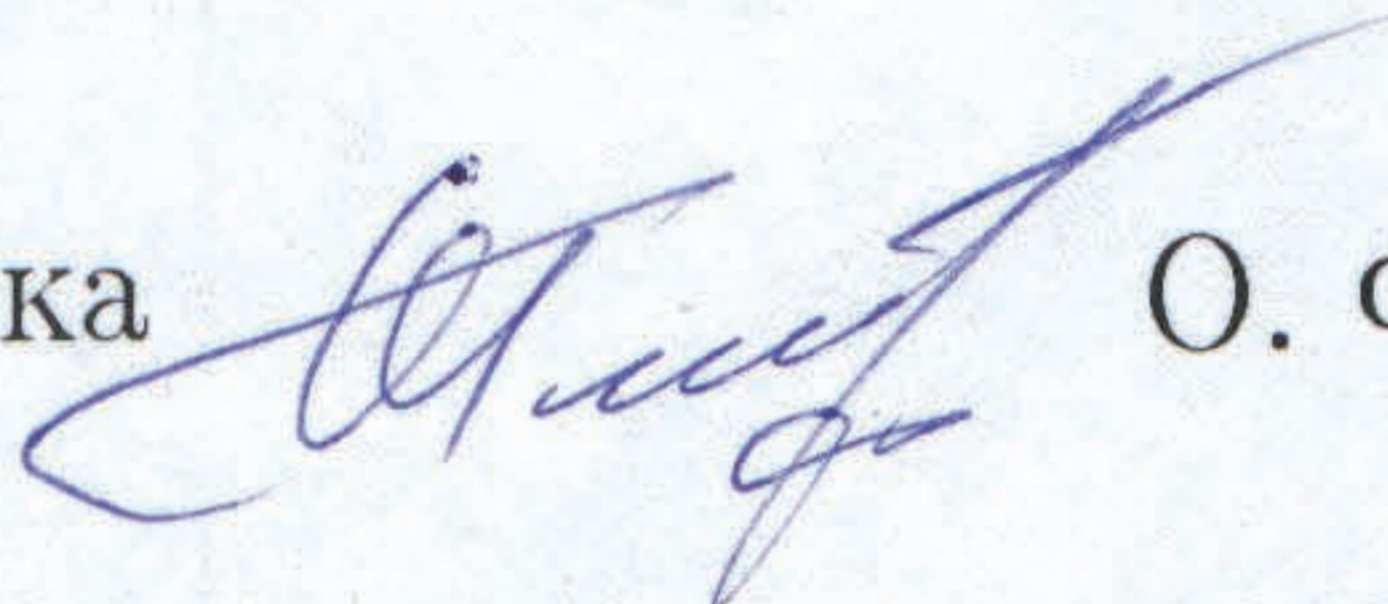
— на с. 81 перший абзац замість “забезпечити тінь в початку координат” доцільно вжити “забезпечити тінь у початку координат”.

Ці недоліки не є суттєвими і не знижують наукової значимості дисертації.

Робота відповідає сучасному рівню розвитку математики та всім вимогам пп. 11, 14 “Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника” (Постанова КМУ від 24 липня 2013 р. № 567), що висуваються до кандидатської дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота Х. К. Дакхїл задовольняє всі вимоги, що ставляться до кандидатських дисертацій з математики за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз, а її автор заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Офіційний опонент,
кандидат фізико-математичних
наук, доцент,
завідувач кафедри
математичного аналізу
Житомирського державного
університету імені Івана Франка

 О. Ф. Герус

18 вересня 2017 р.

Підпис Геруса О. Ф. засвідчую
Проректор з навчальної роботи,
доктор біологічних наук, професор





Янович Л. М.

Кадійшов до спеціалізованої
вченої ради Д26.06.01 18.09.2017р.
секретар ради  Артемченко Ж.Я. /

