

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Козак Валентини Іванівни

«Матриці типу Якобі відповідні двовимірній проблемі моментів»,

подану на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дослідження різних проблем моментів та відповідних їм матриць є важливою задачею сучасного аналізу. Класична проблема моментів на вісі та відповідна їй якобієва матриця вивчались Г. Гамбургером, Т. Стільтєсом, Ф. Хаусдорфом, Н.І. Ахієзером, М.Г. Крейном, Ю.М. Березанським та іншими відомими математиками. Так, Ю.М. Березанським було розроблено підхід, заснований на розкладі за узагальненими власними векторами. Такий підхід виявився зручним для дослідження, зокрема, якобієвих полів, тобто матриць, елементами яких є, взагалі кажучи, необмежені самоспряжені оператори. Пізніше у зв'язку з дослідженням тригонометричної проблеми моментів (тобто степеневій проблемі моментів на одиничному колі) з'явилися так звані *CMV*-матриці, які є п'ятидіагональними матрицями спеціального вигляду. Ці результати спричинили появу значної кількості робіт з різних узагальнень проблеми моментів Гамбургера та відповідних блочних матриць типу матриці Якобі (комплексна проблема моментів у степеневій та експоненційній формі, сильна та несильна матричні проблеми моментів тощо). Поруч з тим досі недостатньо дослідженими залишалися прямі та обернені задачі спектрального аналізу для матриць типу Якобі, відповідних двовимірній дійсній проблемі моментів. Тому актуальною, на мій погляд, є тема дисертаційної роботи В. І. Козак «Матриці типу Якобі відповідні двовимірній проблемі моментів», присвяченої дослідженню саме зазначених задач.

Дисертація містить анотації українською і англійською мовами, вступ, чотири розділи, висновки і список використаної літератури. Загальний обсяг роботи становить 145 сторінок.

У вступі зазначено актуальність теми дисертаційного дослідження, вказано його мету та завдання, сформульовано деякі результати останнього часу, які є близькими до теми дисертаційної роботи.

Перший розділ дисертаційної роботи містить розв'язок сильної та не сильної двовимірних степеневих проблем моментів. Інтегральне зображення отримане як наслідок рівності Парсеваля для узагальнених власних векторів пари комутуючих самоспряжених операторів зсуву по незалежним змінних (у випадку сильної проблеми моментів зсув відбувається у обидві сторони дійсної вісі.)

Основні результати дисертації викладено у другому і третьому розділах.

У другому розділі дисертації розв'язана обернена спектральна задача, тобто за заданою мірою на дійсні площині побудовані блочні матриці типу Якобі, в припущенні, що у міри існують всі моменти. Далі проведено дослідження цих матриць, зокрема, вказані їх обов'язково додатні і нульові елементи.

У третьому розділі розв'язана пряма спектральна задача. Результатом розв'язу є поліноми першого роду, які використовувалися у попередньому розділі для побудови матриць, та відповідна міра. Слід відзначити, що пряма спектральна задача розв'язана для випадку як сильної, так і не сильної проблеми моментів.

Четвертий розділ дисертації містить додаткові до попередніх дослідження. Тут, зокрема, введено двовимірний аналог функції Вейля, а також визначені поліноми другого роду. Ці результати є розвитком аналогічних результатів для класичної проблеми моментів Гамбургера. Крім того, у випадку не сильної проблеми моментів складена система рівнянь типу Лакса та записаний двовимірний аналог ланцюжків типу Тоди. В цьому ж розділі основні результати роботи проілюстровані достатньою кількістю прикладів.

До дисертації є такі зауваження та побажання.

1) Після теореми 3.3.2 слід було б зробити зауваження про те, що отриманий в ній розв'язок прямої спектральної задачі є також єдиним розв'язком відповідної двовимірної дійсної проблеми моментів. Аналогічне зауваження, але про сильну проблему моментів, варто було б зробити після теореми 3.6.2. Такі зауваження полегшили б розуміння результатів роботи для ширшого кола спеціалістів.

2) Формула (4.5) записана не зовсім вдало. Тут слід було б спочатку дати означення функції Вейля  $M(z_1, z_2)$  першою рівністю в (4.5), а потім вже, за аналогією з одновимірним випадком, записати зв'язок між

$M(z_1, z_1)$  та  $\rho(\lambda, \mu)$  рівністю

$$M(z_1, z_1) = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{d\rho(\lambda, \mu)}{(\lambda - z_1)(\mu - z_2)}.$$

Крім того, було б цікаво знайти аналогічну до формули обернення Стільтєса формулу, що дозволила б у явному вигляді визначати  $\rho(\lambda, \mu)$  за  $M(z_1, z_1)$  (хоча б у частинних випадках).

3) Як відомо, у класичній степеневій проблемі моментів функція Вейля виражається через поліноми першого та другого роду. Оскільки аналоги усіх цих об'єктів визначені в роботі, було б також цікавим знайти зв'язок між ними.

4) У вступі варто було б навести основні відомості про одновимірну сильну степеневу проблему моментів з посиланням, наприклад, на такі роботи:

Simonov K. K. Strong matrix moment problem of Hamburger // Methods of Functional Analysis and Topology. - 2006. - Vol. 12, no. 2. - Pp. 183-196.

W.B. Jones, W.J. Thron, and H. Waadeland. A strong Stieltjes moment problem. Trans. Amer. Math. Soc., 206 (1980) 503–528.

5) У списку використаних джерел ту ж саму книгу Ахієзера "Классическая проблема моментов", 1961 р. наведено двічі, під номерами [1] та [2].

6) В дисертації є друкарські помилки, наприклад:

– с. 17, абзац 2: замість "Отже, розглянемо більш детально" має бути "Отже, розглянемо більш детально зазначені вище питання"

– с. 18, рядок 4 замість посилання [9] має бути [4]

– с. 24, абзац перед (16): замість "до пари комутуючих самоспряженого і операторів" має бути "до пари комутуючих самоспряженого і унітарного операторів".

Наведені зауваження є незначними і не впливають на загальний зміст роботи.

Дисертаційна робота написана чіткою математичною мовою. Автореферат правильно і повно відображає її зміст. Основні результати дисертації є новими, достовірними і мають строгі математичні обґрунтування. Результати роботи опубліковано у 9-ти статтях наукових виданнях, які є фаховими з математики, та у 6 тезах наукових конференцій. Одну статтю надруковано у журналі, який входить до наукометричної бази даних SCOPUS. Результати дисертації доповідались на наукових конференціях і семінарах.

Дисертація має теоретичний характер. Вона є цілісним і завершеним науковим дослідженням і виконана на високому науковому рівні. Її основні результати є новими та цікавими, вони можуть бути предметом подальших досліджень. Тема і дослідження дисертації відповідають паспорту спеціальності 01.01.01 – математичний аналіз.

Таким чином, вважаю, що дисертаційна робота «Матриці типу Якобі відповідні двовимірній проблемі моментів» відповідає сучасному рівню розвитку математики. Така робота задовольняє всі вимоги «Порядку присудження наукових ступенів» пп. 11, 12, затвердженого постановою КМУ № 567 від 24.07.2013 зі змінами згідно постанови КМУ № 656 від 19.08.2015, що висуваються до кандидатських дисертацій. Авторка роботи Козак Валентина Іванівна заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент,  
доктор фізико-математичних наук, доцент,  
доцент кафедри математичного аналізу та інформатики  
Полтавського національного педагогічного  
університету імені В.Г. Короленка

29.09.2017

В.Й. Могілевський

Підпис доцента Могілевського В.Й. засвідчую

Учений секретар  
Полтавського національного педагогічного  
університету імені В.Г. Короленка



С.П. Галаур

Підпис *В.Й. Могілевського*  
Засвідчую *С.П. Галаур*  
Пров.фахівець  
відділу кадрів *О.М.Паланик*



*Кандидатська дисертація*  
*Вченої ради Д26.206.01*  
*секретар ради* *Артемівська*  
*03.10.2017р.*  
*Артемівська*  
*Ж.Д.1.*