

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Козак Валентини Іванівни

«Матриці типу Якобі відповідні двовимірній проблемі моментів»,

подану на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Матриці Якобі є давно відомим поняттям, не тільки цікавим математичним об'єктом, але й зручним інструментом при дослідженні багатьох задач математики і механіки. Так, звичайні матриці Якобі виникають при розгляді систем зв'язних маятників, при дослідженні класичної проблеми моментів, в різницевих рівняннях та інше. Опис і використання узагальнення матриць Якобі є цілком актуальними задачами. Значним просуванням у цьому напрямку є числені роботи Ю.М.Березанського, де в якості елементів матриці Якобі розглядались необмежені оператори. Вони виникають при розгляді нескінченновимірних проблем моментів. Дисертаційна робота В. І. Козак присвячена побудові і опису властивостей матриць Якобі, які пов'язані із двовимірною степеневою дійсною проблемою моментів. Враховуючи можливість застосувань не тільки в чистій математиці, такі дослідження є актуальними і важливими для розгляду.

Відзначимо ряд аналогічних досліджень закордонних і вітчизняних математиків. Це – п'яти-діагональні матриці відповідні тригонометричній проблемі моментів, також п'яти-діагональні матриці відповідні сильній дійсній (одновимірній) проблемі моментів, та ряд матриць відповідних комплексній проблемі моментів у різних постановках: комплексна степенева, експоненціальна, та ряд модифікацій в залежності від способу побудови.

Перейдемо до обговорення основних результатів дисертації. У першому розділі сформульовані і приведені з доведеннями теореми про розв'язок двовимірної дійсної проблеми моментів – теореми 1.2.1 та 1.4.1. Тут сформульовані достатні умови їх розв'язності у вигляді відповідної додатної визначеності та умови єдиності розв'язку. Умови єдиності отримані традиційно, використовуючи квазіаналітичний критерій самоспряженості. Названі теореми стосуються окремо випадку сильної і не сильної проблем моментів і їх приведення, звичайно необхідно для розуміння логіки і технічних засобів, які використовує автор далі у роботі.

У другому розділі ортогоналізується послідовність функцій $\{x^n y^m\}$, відносно заданої міри $d\rho(x, y)$ на дійсній площині, в припущенні що у мірі існують всі моменти. Тоді оператори множення на x і y у новому базисі

мають вигляд блочних три-діагональних матриць типу Якобі. Цей факт викладений у теоремах 2.2.5 і 2.2.9 для випадку не сильної проблеми моментів, та у теоремах 2.4.5, 2.4.10, 2.4.15, 2.4.18 для випадку сильної проблеми моментів, який є в роботі основним. У чотирьох останніх теоремах наведений блочний вигляд матриць як для операторів множення на x і y , так і їх обернених, тобто множення на x^{-1} і y^{-1} . Вигляд матриць, звичайно, суттєво залежить від вибору порядку ортогоналізації. Запропонований автором порядок дозволяє побудувати саме тридіагональний вид матриці і вона дає розв'язок оберненої спектральної задачі.

У третьому розділі використовуються матриці, отримані у попередньому. За допомогою матриць складається система різницевих рівнянь із коефіцієнтами, які є блоками матриць і записується розв'язок такої системи – леми 3.2.1 і 3.5.1 відповідні двом вище названим випадкам сильної і не сильної проблем моментів. Основні результати розділу сформульовані у двох теоремах 3.3.2 і 3.6.2 в яких за заданими матрицями відновлюється міра. Відновлення розуміється в тому сенсі, що записується відповідна рівність Парсеваля. Тобто, розв'язана пряма спектральна задача, обернена до якої згадана вище.

Найбільш вагомий і цікавий результат четвертого розділу, це двовимірний аналог функції Вейля – формула 4.8 і лема про взаємно однозначну відповідність введеної функції Вейля і міри, у якої існують всі моменти (для двох випадків: сильної і не сильної проблеми моментів); і поліноми другого роду – формула 4.8. та теорема про те, що так введені поліноми також задовольняють систему блочних різницевих рівнянь розглянуту у третьому розділі.

Дослідження дисертації доповнені (4-й розділ) інтегруванням ланцюжків типу Тоди, побудованих за матрицями відповідними (не сильній) проблемі моментів: підрозділ 4.7; та прикладами побудови блочних матриць. Важливість таких прикладів полягає у тому, що коефіцієнти отриманих в роботі матриць повинні ще додатково задовольняти деяку умову, для того аби матриці комутували (хоча б на фінітних векторах).

До дисертації є такі зауваження та побажання.

1. Автор приводить ряд блочних тридіагональних матриць. Є побажання побачити використання такої структури в реальних обчисленнях, які завдяки структурі спрощують математичні викладки і використовують класичні результати для числових матриць.
2. Я не прибічник довгих формулювань результатів. Тому як зауваження скажу, що запис твердження ряду теорем дисертації занадто довгий і займає сторінку-дві тексту, наприклад, теореми 2.4.15 та 3.6.2.

3. В списку літератури часто зустрічається перенесення на наступний рядок без ініціалів. Це технічне недоопрацювання рукопису.

Але в цілому зазначу, що дисертаційна робота написана чіткою зрозумілою математичною мовою зі строгими і повними доведеннями основних результатів, а автореферат цілком точно відображає зміст дисертації.

Всі основні результати дисертації є новими і достовірними із строгими, детальними і повними математичними доведеннями. Нагадаю, що результати роботи опубліковано у 9 статтях у фахових наукових виданнях та у 7 тезах наукових конференцій, а основні результати доповідались на наукових семінарах у різних установах, зокрема і в Інституті математики НАН України.

Дисертаційна робота виконана на достатньо високому науковому рівні та є науковим дослідженням за зазначеною темою. Запропонований порядок ортогоналізації при побудові блочних матриць Якобі є оптимальним, а його зміна буде вести до матриць із блоками більшої розмірності. Дисертаційні дослідження відповідають паспорту спеціальності 01.01.01 – математичний аналіз.

Таким чином можна вважати, що дисертаційна робота «Матриці типу Якобі відповідні двовимірній проблемі моментів» повністю відповідає сучасному рівню та розвитку математики і також задовольняє всі вимоги «Порядку присудження наукових ступенів» пп. 11, 12, затвердженого постановою КМУ № 567 від 24.07.2013 зі змінами згідно постанови КМУ № 656 від 19.08.2015, що висувуються до кандидатських дисертацій. У зв'язку зі сказаним автор дисертації Козак Валентина Іванівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент
кандидат фізико-математичних наук
старший науковий співробітник
відділу функціонального аналізу
Інституту математики НАН України

Козак Валентина Іванівна
03.10.2017р.
Артемилгенко Ж.І.
Канцелярія

