

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Бохонко Васи́лини Васи́лівни “Стабільний ранг та його узагальнення у кільцях Безу”, подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Дисертаційна робота Бохонко В.В. присвячена дослідженню стабільного рангу в кільцях Безу та його узагальнень. Стабільний ранг – це важлива характеристика кільця, яку вперше ввів Бас у 1964 році. Це поняття також є одним із найважливіших інваріантів в алгебраїчній K -теорії. Відомо, що алгебраїчна K -теорія, яка є складовою частиною загальної лінійної алгебри, розробляє структурну будову проєктивних модулів та їх груп. Важливим моментом у пов’язаних з цим дослідженнях відіграє теорія ”стабільності”, яка полягає у тому, що загальні закономірності поведінки досліджуваних об’єктів проявляються у розмірності цих об’єктів при переході до границі. Особлива роль стабільного рангу виявляється у зв’язку з проблемами скорочуваності та ступеневої скорочуваності модулів. Зважаючи на цю роль у згаданих проблемах стабільного рангу та його різноманітних узагальнень (ступеневого стабільного рангу, одиничного стабільного рангу, ідемпотентного стабільного рангу), важливо знати їх точне значення. Слід зазначити, що цей інваріант відіграє важливу роль у задачах розкладності скінченно зображуваних модулів в прямі суми циклічних, а також в аналогічних задачах розкладності скінченно породжених проєктивних модулів, тобто в древніх задачах діагоналізації матриць. Так, наприклад, згідно з результатами Забавського Б.В. для комутативних кілець Безу діагоналізація довільного рядка (стовпця) можлива тоді і тільки тоді, коли стабільний ранг базового кільця не перевищує два. А у випадку комутативної області Безу за результатами Забавського Б.В. клас кілець елементарних дільників збігається з класом кілець акуратного рангу один (узагальнення кільця стабільного рангу один). Впродовж останнього півстоліття стабільний ранг кілець та пов’язані з ним проблеми досліджувалися багатьма авторами. Серед них, крім згадуваних уже Баса і Забавського, Капланський, Васерштейн, Лам, Менал, Монказі, Ара, Гудьорл, О’Меара, Пардо, МакГоверн, Чен, Кушо та багато інших. Треба додати, що якщо комутативні кільця елементарних дільників у певній мірі описані, то цього не можна сказати про некомутативні кільця. Тому задачі знаходження стабільного рангу і його узагальнень у некомутативних кільцях, зокрема у дистрибутивних кільцях елементарних дільників, дуо-кільцях, а також дослідження зв’язків та співвідношень між різними класами кілець як комутативних так, і некомутативних на основі інформації про їх стабільний ранг є сьогодні затребуваною задачею. Усе викладене дає підставу стверджувати, що обрана тема дисертаційного дослідження Бохонко В.В. є актуальною.

Перейдемо до описання дисертаційної роботи. Вона складається зі вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаних джерел.

У вступі викладено основні відомості за темою дисертації, обґрунтовано актуальність теми дисертаційних досліджень, визначена мета і завдання роботи, теоретична та практична цінність одержаних результатів. Також зроблено огляд літератури з даної теми.

Перший розділ роботи має допоміжний характер. Він не містить нових результатів. У ньому сформульовані відомі раніше результати інших авторів, які необхідні для викладу та розуміння основних та допоміжних результатів дисертаційної роботи.

Основні результати, здобуті Бохонко В.В., в повному обсязі викладені в розділах 2 – 5.

Другий розділ дисертації присвячений вивченню дуо-областей Безу та їх зв'язку із кільцями елементарних дільників. Тут введено поняття кільця акуратного рангу один для дуо-областей Безу. Основними результатами цього розділу є Теореми 2.3 і 2.4, в яких встановлено необхідні та достатні умови того, що дуо-область Безу та дистрибутивна область Безу є областями елементарних дільників. Важливою є також Теорема 2.1, яку можна вважати розширенням результатів Ройтмана і Щедрика на випадок дуо-областей. А у випадку областей Безу стабільного рангу один з умовою Z і умовою Дубровіна встановлено, що ці кільця є кільцями елементарних дільників (Теорема 2.7). Слід відзначити насиченість другого розділу різноманітними прикладами, які ілюструють і доповнюють отримані результати цього розділу, значно полегшують їх сприйняття і вказують напрямки можливого їх застосування.

У **третьому розділі** дисертації вводиться поняття гельфандових елементів та гельфандових ідеалів дуо-областей Безу. Основними результатами цього розділу є Теореми 3.3 і 3.7, в яких вказано, що дуо-область Безу гельфандового рангу один та локально гельфандова дуо-область Безу є кільцями елементарних дільників. Як наслідок з цієї теореми отримано відповідь на відкрите питання Забавського, Ларсена, Левіса і Шореса у випадку дуо-областей, що PM^* дуо-область Безу є кільцями елементарних дільників.

Поняття кільця квадратного стабільного рангу один ввели Хурана і Шоу. **Четвертий розділ** дисертації присвячений питанням діагоналізації та факторизації матриць другого порядку над такими кільцями. У цьому розділі введено поняття кільця Тепліца та кільця одиничного квадратного стабільного рангу один. Основними результатами четвертого розділу є Теореми 4.2 і 4.3. У першій із них встановлюється можливість зведення до канонічного діагонального вигляду матриць другого порядку над комутативними кільцями

елементарних дільників квадратного стабільного рангу один за допомогою лише оборотних матриць Тепліца. А друга з цих теорем гарантує зображення довільної оборотної матриці другого порядку над комутативними кільцями елементарних дільників квадратного стабільного рангу у вигляді добутку оборотних матриць Тепліца. Введено поняття одиничного квадратного стабільного рангу один. Показано також, що кільце Ерміта одиничного квадратного стабільного рангу один є кільцем елементарних дільників і довільна матриця другого порядку над цим кільцем діагоналізується оборотними матрицями Тепліца.

У відкритій проблемі, чи є коммутативна область Безу кільцем елементарних дільників, важливою є задача дослідження умов, за яких скінченний гомоморфний образ комутативної області Безу є напівпотужним кільцем. Ця задача є актуальною через те, що кільця з властивістю заміни є напівпотужними. Цим питанням присвячений **п'ятий розділ** дисертації, відповіді на які даються в Теоремах 5.1 – 5.3.

З наведеного огляду випливає, що дисертаційна робота є завершеною науковою працею. В ній введено ряд ефективних понять, на основі яких розв'язано низку задач з теорії кілець. Всі результати, що увійшли в дисертацію, сформульовані у вигляді теорем і тверджень. Вони є новими і забезпечені строгими математичними доведеннями. Тому їх достовірність не викликає сумніву. Автор неодноразово оприлюднювала результати своєї дисертації на наукових конференціях, зокрема на міжнародних наукових конференціях. Ці результати були предметом детального розгляду на адгебраїчних наукових семінарах у Львівському національному університеті імені Івана Франка та Інституті математики НАН України. Всі результати, включені в дисертацію, з достатньою повнотою викладені в опублікованих автором працях.

За своїм науковим спрямуванням дисертація Бохонко В.В. відповідає спеціальності 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Робота має теоретичний характер. Одержані результати та розроблені методи мають перспективу бути використаними у дослідженнях в теорії кілець і модулів та в K -теорії. Вони можуть бути використані співробітниками Інституту математики НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Львівського національного університету імені Івана Франка та інших університетів України.

Зміст дисертації адекватно відображений в авторефераті.

Слід відзначити, що дисертація не позбавлена окремих недоліків.

1. Тема дисертаційної роботи нерозривно зв'язана з тематикою наукових досліджень, які впродовж багатьох років проводяться на кафедрі алгебри і логіки Львівського національного університету імені Івана Франка. Однак ні в дисертації, ні в авторефераті не вказані номери держреєстрації науко-дослідних програм, в руслі яких виконана дисертація.
2. Дещо перевантаженим є розділ 1.
3. Розділ 5 викладено на п'яти сторінках і складається лише з одного підрозділу. Доцільно було приєднати його до одного з попередніх розділів.
4. Як дисертація, так і автореферат містять ряд граматичних, лексичних та технічних огріхів. Наприклад, п.59 і п.62 у списку використаних джерел є ідентичними. Також у цьому списку п.17 і п.56 оформлені не за правилами.

Зроблені зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи Бохонко В.В. "Стабільний ранг та його узагальнення у кільцях Безу". Вважаю, що робота відповідає всім вимогам "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів №567 від 24.07.3013) щодо кандидатських дисертацій, а її автор – Бохонко Василина Василівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент,

в.о. провідного наукового співробітника
 відділу алгебри Інституту прикладних
 проблем механіки і математики
 ім. Я.С. Підстригача НАН України,
 доктор фізико-математичних наук,
 старший науковий співробітник

Шаваровський Б.З.

Підпис Шаваровського Б.З. засвідчую

Вчений секретар ІППММ НАН України

Міщенко В.О.



Надійшов до секретаря
 вченої ради
 секретар канцелярії
 Д 26. 106.03 19.10.2017р.
 /Артемченко Ж.В./

