

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Веселовської Ганни Миколаївни «Апроксимації типу Паде для спеціальних функцій кількох змінних», подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню раціональних апроксимант типу Паде функцій кількох змінних за допомогою методу багатовимірних узагальнених моментних зображень.

Раціональні наближення конструктивно будуються за допомогою неперервних дробів та їх узагальнень – апроксимацій Паде. Швидкість збіжності раціональних наближень для багатьох елементарних та спеціальних функцій є кращою, ніж швидкість збіжності поліномів, області збіжності неперервних дробів є ширшими, ніж області збіжності відповідних степеневих рядів.

К. Гаусс у 1813 р. досліджував відповідність між степеневими рядами і неперервними дробами. Запропонований ним принцип відповідності був перенесений на раціональні наближення К. Якобі у 1846 р. В кінці ХІХ століття Д. Фробеніуса та А. Паде дослідили алгебраїчні властивості таких наближень, які згодом отримали назву апроксимант Паде.

Апроксимації Паде ефективно використовуються при розв'язанні задач теорії чисел, теоретичної фізики, обчислювальної математики, інженерної техніки.

Принцип відповідності було перенесено на багатовимірні узагальнення неперервних дробів – гіллясті ланцюгові дроби (ГЛД). Різні конструкції відповідних гіллястих ланцюгових дробів були досліджені в роботах Х. Й. Кучмінської, О. М. Сусь, J. A. Murphy, M. R. Donohoe, A. Cuyt, В. Семашко (двовимірні відповідні неперервні дроби), Д.І. Боднара, Р.І. Дмитришина, О. Є. Баран (ГЛД з нерівнозначними змінними). Однак на відміну від неперервних дробів підхідні дроби побудованих ГЛД не є апроксимантами типу Паде.

Починаючи з 70-х років ХХ століття почали досліджуватись апроксимації типу Паде для функцій багатьох змінних. Поштовхом для розвитку теорії таких апроксимацій стали роботи G.A. Baker, P. Graves-Morris, J. Chisholm, R. Hughes-Jones. Різні модифікації багатовимірних Паде апроксимацій вивчали також С.Н. Lutterodt, С. Chaffy, D. Levin, P. Guillaume, A. Cuyt, P.B. Borwein, B. Verdonk, К.А. Driver, J. Tan, P. Zhou та ін.

Поняття узагальнених моментних зображень було запропоновано В.К. Дзядиком у 1981 році. Воно було розвинуто і застосовано А.П. Голубом для побудови і дослідження апроксимацій Паде функцій однієї змінної. А.П. Голубом і Л.О. Чернецькою метод узагальнених моментних зображень поширено на випадок d змінних і застосовано для побудови апроксимацій типу Паде для гіпергеометричних рядів Аппеля, Гумберта, Лаурічелли.

Конструктивна побудова та дослідження багатовимірних апроксимацій типу Паде є задачею актуальною та важливою. У зв'язку з цим дисертаційне дослідження Г.М. Веселовської, предметом якого обрано властивості багатовимірних узагальнених моментних зображень та їх застосування для побудови та дослідження багатовимірних апроксимант типу Паде функцій кількох змінних, є, безумовно, актуальним. Результати, отримані Г.М. Веселовською є далішим розвитком і застосуванням результатів, встановлених А.П. Голубом і Л.О. Чернецькою.

Дисертація складається з трьох розділів.

Перший розділ носить допоміжний характер. В ньому наведено огляд встановлених раніше результатів інших авторів за темою дисертації.

Основні результати дисертації викладено у другому та третьому розділах.

У другому розділі встановлено необхідні та достатні умови існування багатовимірних узагальнених моментних зображень. У теоремі 2.4 встановлено критерії існування узагальнених моментних зображень у термінах умов на багатовимірні числові послідовності. Теорема 2.6 та теорема 2.7 встановлюють

умови існування багатовимірних узагальнених моментних зображень у термінах умов на твірні функції. Отримані результати дозволяють виокремити з функцій кількох змінних такі, для яких можна будувати апроксиманти типу Паде методом багатовимірних узагальнених моментних зображень. Використовуючи функції Кантора, здійснено перехід від багатовимірної до одновимірної послідовності. Доведення теорем другого розділу проведено повністю без посилань на одновимірний випадок, оскільки матриці, які тут використовуються, на відміну від одновимірного випадку, не є ганкелевими.

У третьому розділі на основі методу багатовимірних узагальнених моментних зображень побудовано апроксиманти типу Паде для нових широких класів функцій двох змінних, коефіцієнти степеневих розвинень яких мають двовимірні узагальнені моментні зображення при деякому спеціальному виборі лінійних обмежених операторів. У теоремі 3.11 для одного із класів функцій двох змінних доведена рівномірна збіжність побудованих апроксимант типу Паде та отримано асимптотичні формули для їх чисельників та знаменників.

До дисертації є ряд зауважень, зокрема:

- 1) на сторінці 13, 7, 8 рядки зверху, у переліку умовних позначень не зрозумілими є позначення C_+ і C_+^d , які далі не використовуються; 10 рядок зверху, замість « $[a]$ – ціла частина числа a » написано « $[a]$ – ціла частина числа $[a]$ »;
- 2) на сторінці 23, 3 рядок знизу, замість Q_M потрібно Q_N ;
- 2) на сторінці 24, 7 рядок зверху, замість $m+n+1$ повинно бути $M+N+1$;
- 3) на сторінці 29, 2 рядок зверху, замість $k \in N$ повинно бути $k \in D$;
- 5) на сторінці 30, 2 рядок зверху, замість $\left[\frac{D}{N} \right]_{\tilde{f}}$ повинно бути $\left[\frac{N}{N} \right]_{\tilde{f}}$;
- 6) на сторінці 31, 8 рядок знизу, замість «у 1971 році» повинно бути «у 1981 році»;
- 7) на сторінці 33, 4 рядок зверху, замість (2.1) потрібно (1.21); 8 рядок знизу, замість $\Delta \subset \mathcal{K}$ повинно бути $\Delta \subset R$;

- 8) на сторінці 34, 6-7 рядки зверху, замість «для базисних гіпергеометричних» повинно бути «для деяких гіпергеометричних та базисних гіпергеометричних»;
- 9) на сторінці 38 у формулі (1.35) після знаку добутку Π повинно бути z не жирне; 9 рядок зверху, замість $D = \Delta(2N)$ повинно бути $D = \Delta(N)$;
- 10) на сторінці 45 не правильно позначені точки на Рис.2.1 замість (1,3),(1,3), (2,3) потрібно відповідно (2,1), (3,1) і (3,2); 3 рядок знизу, потрібно $c(n,m)$ замість $c(m,n)$;
- 11) на сторінці 46 у матриці (2.17) замість елемента s_{01} у другому рядку потрібно взяти s_{11} ;
- 12) на сторінці 49,10 рядок зверху, замість просторів X, Y потрібно H ; у формулі (2.27) замість $c(k)$ потрібно $c^d(k)$; у формулі (2.29) замість $c(j)$ потрібно $c^d(j)$;
- 13) на сторінці 53, 3 рядок зверху, замість просторів X, Y потрібно H ;
- 14) на сторінці 54, 4 рядок зверху двічі повторено «степеневого ряду»;
- 15) на сторінці 68, 11 і 13 рядки зверху, замість визначників

$$\begin{vmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \dots & c_{0,N} & \varphi_0 \\ c_{1,0} & c_{1,1} & \dots & c_{1,N} & \varphi_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ c_{N-1,0} & c_{N-1,1} & \dots & c_{N-1,N} & \varphi_N \end{vmatrix} \quad \text{і} \quad \begin{vmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \dots & c_{0,N} & \psi_0 \\ c_{1,0} & c_{1,1} & \dots & c_{1,N} & \psi_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ c_{N-1,0} & c_{N-1,1} & \dots & c_{N-1,N} & \psi_N \end{vmatrix}$$

повинні бути відповідно визначники

$$\begin{vmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \dots & c_{0,N-1} & \varphi_0 \\ c_{1,0} & c_{1,1} & \dots & c_{1,N-1} & \varphi_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ c_{N,0} & c_{N,1} & \dots & c_{N,N-1} & \varphi_N \end{vmatrix} \quad \text{і} \quad \begin{vmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \dots & c_{0,N} \\ c_{1,0} & c_{1,1} & \dots & c_{1,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N-1,0} & c_{N-1,1} & \dots & c_{N,N} \\ \psi_0 & \psi_1 & \dots & \psi_N \end{vmatrix};$$

- 16) на сторінці 77, 8 рядок зверху, замість $G_{p,m}$ повинно бути $G_{p,k}$, замість $\xi_1^{(p)}$ — $\xi_r^{(p)}$;
- 17) на сторінці 86, 9 рядок зверху, замість $d(t)$ повинно бути dt ;
- 18) на сторінці 134, рядки 1-2 знизу, замість «асимптотичні оцінки» повинно бути «асимптотичні формули».

В роботі є окремі граматичні помилки, деколи вживаються русизми. Наведені зауваження не впливають на загальну оцінку роботи. Усі результати дисертації є новими і викладені разом з повними і чітко обґрунтованими доведеннями. Сукупність цих результатів можна кваліфікувати як завершену наукову працю, яка може бути використана в подальших дослідженнях дробово-раціональних наближень функцій кількох змінних, що виникають у прикладних задачах.

Усі результати, включені у дисертацію, із достатньою повнотою викладені в опублікованих автором шести статтях. Автореферат відповідає змісту дисертації і відображає її основні положення. Основні результати дисертації апробовані на наукових семінарах та конференціях.

Таким чином, дисертація Веселовської Ганни Миколаївни «Апроксимації типу Паде для спеціальних функцій кількох змінних» виконана на достатньо високому математичному рівні та є завершеною науковою працею. Дисертація відповідає всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету міністрів України від 24 липня 2013 р. № 567 (зі змінами), які ставляться до кандидатських дисертацій. Вважаю, що Веселовська Ганна Миколаївна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико математичних наук за спеціальністю 01.01.01 - математичний аналіз.

Доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри економічної
кібернетики та інформатики
Тернопільського національного
економічного університету



Д.І.Боднар

Підпис	<i>Боднара</i>
Завіряю:	<i>Тарасюк І.О.</i>
Зав. загальним відділом	

Кадійшов
Генерал рад
секретар рад



спеціалізованої
16.11.2017
Артемченко Н.Я.