

## В І Д Г У К

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук **Ямпольського Олександра Леонідовича** на дисертаційну роботу **Кіюсака Володимира Анатолійовича „Відображення спеціальних псевдоріманових просторів”**, представлену на здобуття наукового ступеня **доктора** фізико-математичних наук за спеціальністю **01.01.04** – „Геометрія і топологія”.

Вивчення відображень геометричних просторів є одним з напрямів диференціальної геометрії. Класичними типами відображень просторів з геометричними структурами є конформні та геодезичні відображення.

Великий доробок до теорії геодезичних відображень належить Одеській геометричній школі, що була заснована професором Сінюковим М. С., до якої належить і здобувач. Характерною ознакою цієї школи є послідовне використання техніки тензорних обчислень і методів теорії систем диференціальних рівнянь. Тензорний підхід до дослідження відображень дозволяє знаходити інваріанти відображень як такі, що не залежать від вибору координатних систем.

В загальній постановці, питання про інваріанти відображень є занадто невизначеною проблемою. Тому виглядає природним дослідження відображень певного типу спеціальних класів ріманових і псевдоріманових просторів, серед яких особливу роль грають симетричні простори та їх узагальнення, а також інші спеціальні типи просторів з тими або іншими умовами алгебраїчного або диференціального характеру, що накладаються на об'єкти, які характеризують внутрішню геометрію простору. До таких об'єктів належать тензор Рімана, тензор Річчі, скалярна кривина і об'єкти,

побудовані з них : тензор Ейнштейна, тензор конциркулярної кривини, тензор конформної кривини, тензор Бохнера та інші.

Зважаючи на сказане, вивчення спеціальних класів відображень, а саме конформних, геодезичних та конформно-келерових, виконане в дисертації, є в достатній мірі актуальною проблемою. Робота виконана в рамках теми наукових досліджень кафедри геометрії, топології та динамічних систем механіко-математичного факультету Київського національного університету ім. Т. Шевченка (№ держреєстрації 16БФО38-01).

Основні результати роботи опубліковані в провідних математичних журналах, тому в цілому їх достовірність не викликає сумнівів. Робота носить характер завершеного дослідження в рамках запропонованої тематики. Оформлення дисертації відповідає вимогам наказу Міністерства освіти і науки № 40 від 12.01.2017. Результати роботи можуть бути застосовані для подальшого розвитку теорії відображень псевдоріманових просторів, а також можуть використовуватися в тих розділах математики, де використовуються методи геометрії просторів з ненульовою сигнатурою. Дослідження ведуться локально, в класі досить гладких функцій. Робота містить результати багаторічних досліджень автора за темою дисертації і завершує важливий етап в розвитку одного з розділів диференціальної геометрії.

Автором проведено огляд існуючих методів в теорії відображень узагальнених просторів, більшість із них вдало застосовуються для досягнення мети дослідження. Положення дисертації ґрунтуються на фундаментальних законах тензорного аналізу та диференціальної геометрії.

Висновки, подані у дисертації та авторефераті, відображають головні результати досліджень. Автореферат адекватно відображає зміст дисертації.

**В першому розділі** дисертації викладено основні поняття теорії відображень просторів афінної зв'язності. Введене поняття укороченого відображення, відповідь на запитання дозволяє чи не дозволяє заданий простір відповідне відображення зведене до вивчення розв'язків системи диференціальних рівнянь. Технічні складнощі при аналізі цих рівнянь обґрунтовують необхідність спеціалізації, тобто звуження класів просторів та відображень, що розглядаються. До основних результатів розділу я відношу Теореми 1.2.4, 1.2.5 та 1.4.3.

**В другому розділі** розглянуто деякі властивості звідних та напівзвідних псевдоріманових просторів. Найбільш цікавим результатом є Теорема 2.1.3, що дає тензорну ознаку псевдоріманових просторів, відмінних від просторів сталої кривини, максимально мобільних відносно зведення. Пороте, повне доведення цієї теореми, нажаль, відсутнє. Суттєву характеристику псевдоріманових просторів сталої кривини з огляду на існування більше ніж  $n-2$  лінійно незалежних еквідистантних векторних полів дає Теорема 2.2.3.

**Третій розділ** є основним і присвячений вивченню геодезичних відображень псевдоріманових просторів. Знайдено лінійну форму основних рівнянь теорії геодезичних відображень псевдоріманових просторів зі степінню мобільності більше двох (Теорема 3.1.1). Знайдено важливі характеристики введених Й. Мікішем псевдоріманових просторів типу  $V_n(B)$  (Теореми 3.2.2, 3.2.3, 3.2.4, 3.2.5, 3.4.6, 3.4.4, 3.5.1 і Розділ 3.6). Доведено теорему про те, що чотирьохвимірні простори Ейнштейна, відмінні від просторів сталої кривини, не допускають геодезичних відображень (Теорема 3.3.1). Цей результат суттєво узагальнює результат А.З.Петрова. Побудовано контрприклад, щодо однієї з гіпотез А.З. Петрова.

**Четвертий розділ** присвячений вивченню конформних відображень, інваріантних відображень зі збереженням геодезичних, а також геодезичних деформацій. Серед результатів цього розділу слід відзначити Теорему 4.2.1, що визначає клас многовидів конформно-розділеної кривини та Теорему 4.2.3, що визначає необхідні і достатні ознаки максимально мобільних відносно конформних відображень на простори Ейнштейна псевдоріманових просторів. Оцінено лагуну в розподілі степенів мобільності та знайдена тензорна ознака просторів так званої другої лагунарності. Нажаль, важливі Теореми 4.2.4, 4.2.5 та 4.2.6 викладені без доведень. Окремо слід відзначити розділ 4.6, в якому розглянуто сучасний клас ріманових просторів, так званих солітонів Річчі. Теорема 4.6.3 встановлює, що якщо в еквідистантному псевдорімановому просторі існує градієнтний задаючи й солітон вектор, то він або колінеарний конциркулярному, або конциркулярне векторне поле є коваріантно сталим.

В **п'ятому розділі** показано, що методи спеціалізації в загальному вигляді не можливо застосовувати для келерових просторів та їх голоморфно-проективних відображень. Найбільш цікавий результат складає Теорема 5.3.2.

**Зауваження** загального характеру:

1. Забагато дрібних теорем, з яких складно визначити найбільш важливі;
2. Доведення теорем виконане, як правило, до самої теореми, що ускладнює аналіз результату;
3. Недостатньо прозоро виокремлено результати автора із спільних публікацій.

Вважаю за необхідне сказати, що висловлені зауваження істотно не впливають на загальне позитивне враження від дисертаційної роботи і не зменшують цінності отриманих в ній результатів.

Основні результати дисертаційної роботи повністю відображені в 34 наукових статтях, з них 13 (англійською мовою) опубліковані в провідних міжнародних наукових виданнях, які входять в наукометричну базу даних SCOPUS. Роботи, в яких відображаються основні результати дисертації, мають досить високий індекс цитування – 7. Всі основні результати обговорювалися на міжнародних наукових конференціях.

Все вище сказане дозволяє кваліфікувати розглянуту дисертаційну роботу як закінчену наукову роботу, яка в повній мірі задовольняє вимогам пп. 10, 12, 13 та 14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 року №567 із змінами, внесеними згідно з постановами Кабінету Міністрів України від 19 серпня 2015 року № 656 щодо докторських дисертацій.

Дисертаційна робота „Відображення спеціальних псевдоріманових просторів” відповідає паспорту спеціальності 01.01.04 – геометрія і топологія, має беззаперечне наукове і прикладне значення, оскільки містить нові науково обґрунтовані результати, які в сукупності роблять суттєвий внесок у вирішення важливої наукової проблеми, а саме, розробку методів спеціалізації узагальнених просторів в залежності від того, дозволяють чи не дозволяють вони відображення.

Вважаю, що автор дисертації, Кіосак Володимир Анатолійович, заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.04 – геометрія і топологія.

Офіційний опонент  
завідувач кафедри фундаментальної  
математики Харківського  
національного університету  
імені В.Н. Каразіна,  
доктор фізико-математичних наук

Ямпольський Олександр Леонідович



Надішов до спеціалізованої  
вченої ради Д 26.006.03 15.11.2017р.  
секретар ради *Арт. Артемюк* *Ж. Я. 1*

ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ  
Канцелярія