НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

Кусій Сергій Миколайович

УДК 517.93; 519.71

РОБАСТНА СТАБІЛІЗАЦІЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ ПРИ НАЯВНОСТІ ОБМЕЖЕНИХ ЗБУРЕНЬ

01.02.01 – теоретична механіка

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2017

Дисертацією є рукопис.
Робота виконана в Інституті математики НАН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Мазко Олексій Григорович,
Інститут математики НАН України,
провідний науковий співробітник відділу
математичних проблем механіки та теорії
керування.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, доцент
Слинько Віталій Іванович,
Інститут механіки імені С.П. Тимошенка
НАН України, провідний науковий
співробітник відділу стійкості процесів.

кандидат фізико-математичних наук, доцент
Шатирко Андрій Володимирович,
Київський національний університет
імені Тараса Шевченка, доцент кафедри
моделювання складних систем факультету
комп'ютерних наук та кібернетики.

Захист відбудеться « 16 » січня 2018 р. о 15 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.206.02 Інституту математики НАН України за адресою: 01004, м. Київ-4, вул. Терещенківська, 3.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту математики НАН України.

Автореферат розісланий « 12 » грудня 2017 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Г.П. Пелюх

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. У багатьох галузях прикладних досліджень виникають задачі аналізу стійкості та стабілізації руху динамічних систем, які описуються диференціальними або різницевими рівняннями з невизначеною функціональною структурою. Невизначеність в рівняннях руху керованих об'єктів обумовлюється не лише складністю математичних моделей, а й наявністю неконтрольованих зовнішніх збурень в реальних умовах їх функціонування. Елементи невизначеності (параметри, скалярні та матричні функції тощо) належать деяким множинам, що характеризують робастність (грубість) динамічної системи. Задача робастної стабілізації полягає у побудові закону керування, який забезпечує асимптотичну стійкість руху керованого об'єкта при довільних значеннях елементів невизначеності із заданих множин. Задачі побудови стабілізуючих статичних та динамічних регуляторів по виходу навіть для класу лінійних систем керування за умов неповної інформації про вектор стану повністю розв'язані лише в окремих випадках при додаткових обмеженнях. Із сучасними методами синтезу неперервних та дискретних систем керування за умов невизначеності можна ознайомитись в роботах В.Н. Афанасьєва, Б.Т. Поляка, П.С. Щербакова, Д.В. Баландіна, М.М. Когана, В.М. Кунцевича, В.Ф. Губарєва, В.І. Коробова, В.Б. Ларіна, О.Г. Мазка, J.C. Doyle, A.A. Stoorvogel, S. Boyd, C. Scherer, S. Weiland, D.D. Siljak та ін.

У 80-х роках минулого століття виник принципово новий і конструктивний підхід до проблем керування в рамках так званої теорії H_∞-керування динамічних систем, яка об'єднала класичні частотні методи дослідження і сучасні методи простору станів (G. Zames, B.A. Francis, J.C. Doyle та ін.). Критеріями якості в задачах H_∞-оптимізації є рівень гасіння обмежених зовнішніх збурень, який необхідно мінімізувати за допомогою статичних або динамічних регуляторів по вимірюваному виходу. Для класу лінійних стаціонарних систем дана характеристика співпадає з H_∞-нормою матричної передатної функції, а її верхню оцінку можна встановити на основі математичного апарату лінійних матричних нерівностей (ЛМН). Розвиток та узагальнення методів H_∞-оптимізації неперервних та дискретних систем керування отримано у роботах багатьох авторів (Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков, Д.В. Баландін, М.М. Коган, K. Glover, B.A. Francis, P.P. Kharconekar, P. Gahinet, P. Apkarian, G.E. Dullerud, F.G. Paganini, A.A. Stoorvogel, S. Weiland, D.D. Siljak та ін.).

Дана робота присвячена розробці конструктивних алгоритмів стабілізації та узагальненої (зваженої) H_∞-оптимізації по виходу неперервних та дискретних систем керування у векторно-матричній формі, а також їх чисельній реалізації для механічних об'єктів за допомогою комп'ютерних засобів. При цьому розглядаються випадки наявності обмежених збурень у рівняннях динаміки об'єкта, керованого і спостережуваного виходів, а також шуканого регулятора. Застосування узагальнених критеріїв якості, що характеризують зважений рівень гасіння зовнішніх і початкових збурень (Д.В. Баландін, М.М. Коган, О.Г. Мазко), дозволяє встановити пріоритети між компонентами керованого виходу, зовнішніх і початкових збурень. Тематика роботи є актуальною і перспективною для теоретичних досліджень та практичного застосування, зокрема, при конструюванні високонадійних транспортних об'єктів і керованих механічних пристроїв.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація виконана згідно з планом наукових досліджень відділу математичних проблем механіки та теорії керування Інституту математики НАН України на 2015–2017 роки в рамках держбюджетної теми №III-13-16 «Математичні проблеми динаміки, стабілізації та оптимізації складних механічних систем», (номер держ. реєстрації 0116U003101), а також в межах науково-дослідної теми №III-23-12 «Математичні моделі поліагрегатних систем та чисельно-аналітичні методи розв’язування сучасних задач динаміки, стійкості та оптимального керування» (номер держ. реєстрації 0112U001015) за програмою «Розробка математичних моделей та чисельно-аналітичних методів розв’язування сучасних задач фізико-технічних і медико-біологічних наук та інформаційних технологій».

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка нових методів аналізу стійкості, стабілізації по виходу та оптимізації систем керування при наявності зовнішніх збурень, їх застосування при дослідженні механічних об'єктів.

Об'єктом дослідження є неперервні та дискретні системи керування та моделі спеціальних механічних систем.

Предметом дослідження є вектори станів, керованого та спостережуваного виходів та керування динамічних систем, інтегральні критерії якості, властивості асимптотичної стійкості станів рівноваги систем.

Методи дослідження. Використовуються другий метод Ляпунова дослідження стійкості, його матричні інтерпретації та узагальнення, методи теорії диференціальних рівнянь, матричного аналізу та теорії керування.

Визначена мета зумовлює виконання таких завдань:

- розробити нові методи та алгоритми побудови стабілізуючих статичних та динамічних регуляторів по вимірюваному виходу для неперервних та дискретних систем керування;
- для неперервних та дискретних систем керування розробити методи синтезу регуляторів із зовнішніми збуреннями, які дозволяють оцінити та мінімізувати негативний вплив обмежених збурень на динаміку замкненої системи;
- для неперервних та дискретних систем з керованими і спостережуваними виходами знайти умови існування статичних та динамічних регуляторів, які забезпечують бажану оцінку зваженого рівня гасіння зовнішніх та початкових збурень та робастну стійкість нульового стану замкненої системи;
- провести дослідження задач робастної стабілізації та гасіння обмежених збурень для нелінійних систем керування, поданих у векторно-матричній формі;
- провести чисельну реалізацію та продемонструвати ефективність нових методів синтезу та оптимізації для маятникових, робототехнічних та ін. керованих систем при наявності зовнішніх збурень.

Наукова новизна одержаних результатів. В дисертаційній роботі отримано такі нові наукові результати:

- встановлено критерії та достатні умови існування стабілізуючих статичних та динамічних регуляторів по вимірюваному виходу для деяких класів неперервних та дискретних систем керування;
- розроблено ітераційний алгоритм стабілізації по виходу дискретних систем, що базується на розв'язуванні лінійних матричних нерівностей;
- для лінійних неперервних та дискретних систем керування запропоновано методи побудови статичних та динамічних регуляторів із зовнішніми збуреннями, які дозволяють оцінити та понизити зважений рівень гасіння обмежених збурень в замкненій системі;
- для лінійних неперервних та дискретних систем з керованими і спостережуваними виходами встановлено критерії існування статичних та динамічних регуляторів з нульовим початковим вектором, які забезпечують бажану оцінку зваженого рівня гасіння зовнішніх та початкових збурень, робастну стійкість нульового

стану та спільну квадратичну функцію Ляпунова замкненої системи;

- обґрунтовано можливості застосування запропонованих алгоритмів синтезу регуляторів для деяких класів нелінійних систем керування, поданих у векторно-матричній формі;
- розроблені методи дослідження, що зводяться до розв'язання систем лінійних матричних нерівностей, застосовано в задачах стабілізації станів рівноваги, оцінки функціоналів якості таких механічних систем, як одноланковий робот-маніпулятор, маятник на рухомій платформі та лінійний осцилятор з демпфуванням.

Обґрунтованість і достовірність отриманих в дисертації наукових результатів підтверджується коректною постановкою задач та строгим доведенням всіх висновків на основі застосування класичних теорем з теорії стійкості і матричного аналізу, а також порівняння з відомими результатами інших авторів та проведення чисельних експериментів з використанням ефективних засобів комп'ютерної техніки.

Практичне значення одержаних результатів. Результати дисертаційної роботи мають теоретичне і практичне значення. Вони можуть бути використані в практичних задачах синтезу систем керування для механічних об'єктів, математичні моделі яких повинні враховувати наявність неконтрольованих зовнішніх збурень та невизначених параметрів. Задачі погашення зовнішніх збурень виникають при розробці високонадійних систем стабілізації для нових об'єктів авіаційної, космічної та іншої техніки. Методи розв'язування вказаних задач можуть забезпечувати надійність та безпеку керованих систем на етапі їх експлуатації. Практична реалізація запропонованих в дисертації методів та алгоритмів базується на застосуванні ефективних засобів LMI Toolbox комп'ютерної системи Matlab.

Особистий внесок здобувача. Основні результати дисертаційної роботи отримані автором самостійно. У роботах, опублікованих у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає в обговоренні постановок та ідей розв'язування задач, виконанні основних доведень, створенні комп'ютерних програм та проведенні чисельних експериментів, формулюванні висновків та підготовці рукописів до опублікування. Співавтору О.Г.Мазку належать постановки задач та рекомендації щодо можливих методів їх розв'язування.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації доповідались і обговорювались на семінарах відділу математичних проблем механіки та теорії керування Інституту математики НАН України, відділу стійкості процесів Інституту механіки НАН України, а також на таких міжнародних конференціях: «Dynamical system modelling and stability investigation» (травень 2015 р., Київ); XXIII Міжнародна конференція з автоматичного управління «Автоматика–2016» (вересень 2016 р., Суми); 5th International Conference for Young Scientists on Differential Equations and Applications dedicated to Ya. B. Lopatynsky (листопад 2016 р., Київ); «Dynamical system modelling and stability investigation» (травень 2017 р., Київ); International Conference of Young Mathematicians dedicated to the 100-th Anniversary of Professor Yu.O.Mitropolskiy (червень 2017 р., Київ).

Публікації. Основні результати дисертації опубліковано у 10 роботах. Серед них 5 статей [1–5] в наукових періодичних фахових виданнях, 2 із яких [1, 4] у журналах, що індексуються у наукометричній базі Scopus, та 5 тез доповідей [6–10] на міжнародних наукових конференціях.

Структура та об'єм роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, додатку та списку використаних джерел із 100 найменувань, вона містить 14 малюнків та 1 таблицю. Обсяг дисертації становить 136 сторінок друкованого тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** до дисертації обґрунтовано актуальність досліджуваних проблем, сформульовано мету роботи, відображено наукову новизну, відзначено практичну цінність, наведено інформацію щодо апробації результатів та публікацій за темою дисертації. Розглянуто структуру роботи, а також наведено головні результати, які виносяться на захист.

У **першому** розділі проведено огляд літератури та основних задач, пов'язаних з темою дисертаційної роботи. Наведено основні класичні результати з теорії стійкості руху (підрозділ 1.1), а також сучасні напрямки та методи дослідження стійкості та побудови стабілізуючих регуляторів для динамічних систем з матрично-функціональною невизначеністю (підрозділ 1.2).

Другий розділ присвячено розробці нових методів аналізу стійкості та стабілізації станів рівноваги класу лінійних та нелінійних багатовимірних систем керування у векторно-матричній формі.

Спочатку розглядається лінійна система керування

$$\dot{x} = Ax + Bu, \; y = Cx + Du, \tag{1}$$

де $x \in \mathbf{R}^n$, $u \in \mathbf{R}^m$ і $y \in \mathbf{R}^l$ – вектори відповідно стану, керування, вимірюваного виходу системи, A, B, C і D – матриці відповідних розмірів, причому $\operatorname{rank} B \equiv m$ і $\operatorname{rank} C \equiv l$. Стабілізуюче керування в системі (1) будується у вигляді статичного регулятора

$$u = Ky, \quad K \in \mathbf{K}_D, \tag{2}$$

де $\mathbf{K}_D = \{K \in \mathbf{R}^{m \times l} : \det(I_m - KD) \neq 0\}$. Замкнена система (1), (2) має вигляд

$$\dot{x} = Mx, \quad M = A + B\mathbf{D}(K)C, \tag{3}$$

де $\mathbf{D}(K) = (I_m - KD)^{-1}K$ – нелінійний оператор у просторі матриць $\mathbf{R}^{m \times l}$. Лінійну систему (3) називаємо α-*стійкою*, якщо її спектр $\sigma(M)$ розміщений в області $\{\lambda : \operatorname{Re}\lambda + \alpha < 0\}$, де $\alpha \geq 0$. Спектральний запас стійкості α-стійкої системи не менший, ніж α.

Використовуючи ортогональні доповнення матриць $B^{\perp}$, $C^{\perp}$ і властивості інерції $\mathrm{i}(\cdot)$ блочних матриць, сформульовано два критерії існування статичного регулятора (2), який забезпечує α-стійкість замкненої системи (3). Перший критерій полягає в сумісності співвідношень

$$B^{\perp T}(AX + XA^T - 2X\alpha)B^{\perp} < 0, \tag{4}$$

$$\mathrm{i}(\Delta) = \{l, n, 0\}, \quad \Delta = \begin{bmatrix} AX + XA^T + 2aX & XC^T \\ CX & 0 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

відносно $X = X^T > 0$, а другий – в сумісності співвідношень (4) і

$$C^{\perp}(A^T Y + YA + 2\alpha Y)C^{\perp T} < 0 \tag{6}$$

відносно взаємно обернених матриць $X = X^T > 0$ і $Y = Y^T > 0$. При виконанні одного із цих критеріїв матриця регулятора (2) знаходиться за формулою $K = -\mathbf{D}(-K_0) \in \mathbf{K}_D$, де K_0 – розв'язок ЛМН

$$AX + XA^T + 2\alpha X - BK_0CX - XC^T K_0^T B^T < 0. \tag{7}$$

У підрозділі 2.3 формулюються умови стабілізації системи (1) за допомогою динамічного регулятора

$$\dot{\xi} = Z\xi + Vy, \quad u = U\xi + Ky, \tag{8}$$

де $\xi \in \mathbf{R}^r, r < n$, а Z, V, U і K – матриці, які треба визначити. Співвідношення (1) і (8) подаються у вигляді системи керування зі статичним регулятором у розширеному фазовому просторі $\mathbf{R}^{n+r}$. При цьому замкнена система (1), (8) буде мати вигляд (3) з відповідними матричними коефіцієнтами.

Теорема 2.2. *Наступні твердження еквівалентні:*

1) *Існує динамічний регулятор* (8) *порядку* r*, що забезпечує* α*-стійкість замкненої системи* (1), (8).
2) *Існують матриці* X *і* X_0*, що задовольняють співвідношення* (4) *і*

$$\mathrm{i}(\Delta_0) = \{l, n, 0\}, \quad X \geq X_0 > 0, \quad \operatorname{rank}(X - X_0) \leq r, \tag{9}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} AX + XA^T + 2aX & XC^T \\ CX & 0 \end{bmatrix}.$$

3) *Існують матриці* X *і* Y*, що задовольняють співвідношення* (4), (6) *і*

$$W = \begin{bmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} \geq 0, \quad \operatorname{rank} W \leq n + r. \tag{10}$$

Встановлено, що матриці X та X_0 задовольняють твердження 2) тоді і лише тоді, коли X та $Y = X_0^{-1}$ задовольняють твердження 3).

У підрозділі 2.4 розглядаються нелінійні системи керування, які можуть бути подані у векторно-матричній формі

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u, \quad y = C(x)x + D(x)u, \tag{11}$$

де $x \in \mathbf{R}^n$, $u \in \mathbf{R}^m$ і $y \in \mathbf{R}^l$ – вектори відповідно стану, керування і вимірюваного виходу системи, $A(x), B(x), C(x)$ і $D(x)$ – матриці відповідних розмірів, неперервно залежні від x в деякому околі $\mathbf{S}_0 = \{x : \|x\| \leq h\}$ точки $x = 0$, причому $\operatorname{rank} B(x) \equiv m$ і $\operatorname{rank} C(x) \equiv l$.

Система (11) з динамічним регулятором (8) також подається у вигляді системи керування зі статичним регулятором у розширеному фазовому просторі $\mathbf{R}^{n+r}$. Якщо покласти $A = A(0)$, $B = B(0)$, $C = C(0)$ і $D = D(0)$, то теорема 2.2 визначає динамічний регулятор, що забезпечує асимптотичну стійкість нульового стану замкненої нелінійної системи (11), (8). На основі даної теореми запропоновано алгоритм побудови стабілізуючих динамічних регуляторів типу (8) для систем (1) і (11).

У підрозділі 2.5 розглядається клас нелінійних систем (11) за умов невизначеності матричних коефіцієнтів типу $A \in \mathrm{Co}\{A_1, \ldots, A_\nu\}$, де

$A_1, \ldots, A_\nu$ – заданий набір вершин матричного політопа. Наводяться достатні умови існування статичних та динамічних регуляторів, які забезпечують α-стійкість замкненої лінійної системи, а також робастну стійкість нульового стану та спільну квадратичну функцію Ляпунова для відповідної сім'ї замкнених нелінійних систем.

Третій розділ присвячено розробці нових методів робастної стабілізації та гасіння обмежених збурень у неперервних системах керування. Розглядається клас систем

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u, \quad x(0) = x_0, \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u, \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u, \end{aligned} \tag{12}$$

де $x \in \mathbf{R}^n, u \in \mathbf{R}^m, w \in \mathbf{R}^s, z \in \mathbf{R}^k$ і $y \in \mathbf{R}^l$ – вектори відповідно стану, керування, зовнішніх збурень, керованого і спостережуваного виходів, а всі матричні коефіцієнти відповідних розмірів сталі. Вводиться зважений функціонал якості системи (12):

$$J = \sup_{0 < \|w\|_P^2 + x_0^T X_0 x_0 < \infty} \varphi(w, x_0), \quad \varphi(w, x_0) = \frac{\|z\|_Q}{\sqrt{\|w\|_P^2 + x_0^T X_0 x_0}}, \tag{13}$$

де $Q = Q^T > 0$, $P = P^T > 0$ і $X_0 = X_0^T > 0$ — деякі вагові матриці, $\|z\|_Q$ і $\|w\|_P$ — узагальнені L_2-норми відповідних вектор-функцій, тобто

$$\|z\|_Q^2 = \int_0^\infty z^T Q z \, dt, \qquad \|w\|_P^2 = \int_0^\infty w^T P w dt .$$

Характеристику J у випадку нульового вектора x_0 означимо як J_0.

Значення J характеризує зважений рівень гасіння зовнішніх і початкових збурень у системі (12). Задача полягає у побудові законів керування, які забезпечують верхню оцінку та пониження критеріїв якості (13). Статичні та динамічні регулятори, які мінімізують значення J, називаємо J-*оптимальними*.

Якщо керування у системі (12) шукати у вигляді статичного зворотного зв'язку

$$u = Ky, \quad K \in \mathbf{K}_{D_{22}}, \tag{14}$$

то замкнена система набуває вигляду

$$\dot{x} = Mx + Nw, \quad z = Fx + Gw, \quad x(0) = x_0, \tag{15}$$

де $M = A + B_2 K_0 C_2$, $N = B_1 + B_2 K_0 D_{21}$, $F = C_1 + D_{12} K_0 C_2$, $G = D_{11} + D_{12} K_0 D_{21}$ і $K_0 = (I_m - K D_{22})^{-1} K$. Формулюється критерій існування статичного регулятора (14) для системи (15), що забезпечує бажану оцінку $J < \gamma$. Даний критерій полягає в сумісності відносно матриці X співвідношень

$$0 < X < \gamma^2 X_0, \tag{16}$$

$$W_R^T \begin{bmatrix} A^T X + XA + C_1^T Q C_1 & X B_1 + C_1^T Q D_{11} \\ B_1^T X + D_{11}^T Q C_1 & D_{11}^T Q D_{11} - \gamma^2 P \end{bmatrix} W_R < 0, \tag{17}$$

$$W_L^T \begin{bmatrix} AY + YA^T + B_1 P^{-1} B_1^T & Y C_1^T + B_1 P^{-1} D_{11}^T \\ C_1 Y + D_{11} P^{-1} B_1^T & D_{11} P^{-1} D_{11}^T - \gamma^2 Q^{-1} \end{bmatrix} W_L < 0, \tag{18}$$

де $Y = \gamma^2 X^{-1}$, W_R і W_L – матриці, стовпці яких утворюють базиси ядер відповідних матриць $R = [C_2, D_{21}]$ і $L = [B_2^T, D_{12}^T]$.

Також розглядається динамічний регулятор порядку r з нульовим початковим вектором:

$$\dot{\xi} = Z\xi + Vy, \quad u = U\xi + Ky, \quad \xi(0) = 0, \tag{19}$$

де $\xi \in \mathbf{R}^r$ – вектор стану регулятора, Z, V, U і K – невідомі матриці відповідних розмірів.

Теорема 3.4. *Для системи* (12) *існує динамічний регулятор* (19), *що забезпечує оцінку* $J < \gamma$, *тоді і лише тоді, коли система співвідношень* (16) – (18) *і*

$$W = \begin{bmatrix} X & \gamma I_n \\ \gamma I_n & Y \end{bmatrix} \geq 0, \quad \operatorname{rank} W \leq n + r, \tag{20}$$

сумісна відносно матриць $X = X^T > 0$ *і* $Y = Y^T > 0$.

При пошуку J-оптимальних динамічних регуляторів використовуються умови теореми 3.4 при мінімально можливому значенні параметра γ.

Наведені методи побудови статичних та динамічних регуляторів можна застосувати для класу нелінійних систем

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B_1(x)w + B_2(x)u, \quad x(0) = x_0, \\ z &= C_1(x)x + D_{11}(x)w + D_{12}(x)u, \\ y &= C_2(x)x + D_{21}(x)w + D_{22}(x)u, \end{aligned} \tag{21}$$

де всі матричні функції є неперервними в деякому околі $\mathbf{S}_0$ точки $x=0$. Якщо $K\in\mathbf{K}_{D_{22}}$, то $\det[I_m-KD_{22}(\mathrm{x})]\neq 0$ при $x\in\mathbf{S}_0$ і замкнена система (19), (21) у просторі $\mathbf{R}^{n+r}$ набуває вигляду

$$\dot{\hat{x}}=\hat{M}(x)\hat{x}+\hat{N}(x)w,\quad z=\hat{F}(x)\hat{x}+\hat{G}(x)w. \tag{22}$$

Динамічний регулятор (19) в теоремі 3.4 забезпечує робастну стійкість нульового стану системи (22) зі структурованою невизначеністю вхідного вектора

$$w=\gamma^{-1}\Theta z,\quad \Theta^T P\Theta\leq Q, \tag{23}$$

а також спільну квадратичну функцію Ляпунова $v(\hat{x})=\hat{x}^T\hat{X}\hat{x}$.

Наведемо алгоритм побудови динамічного регулятора (19), який задовольняє умови теореми 3.4, а також забезпечує робастну стійкість системи (12) з невизначеністю (23) і спільну функцію Ляпунова $v(\hat{x})=\hat{x}^T\hat{X}\hat{x}$.

Алгоритм 3.2.

1) обчислення матриць W_R і W_L, де $R=[C_2,D_{21}]$ і $L=[B_2^T,D_{12}^T]$;

2) знаходження матриць $X=X^T>0$ *і* $Y=Y^T>0$, які задовольняють систему співвідношень (16), (17), (18) і (20);

3) побудова розкладу $Z=Y-\gamma^2X^{-1}=V^TV\geq 0$, де $\ker V=\ker Z$, $V\in\mathbf{R}^{n+r}$, і формування блочної матриці

$$\hat{X}=\begin{bmatrix} X & X_1^T \\ X_1 & X_2\end{bmatrix}>0,\ X_1=\frac{1}{\gamma}VX,\ X_2=\frac{1}{\gamma^2}VXV^T+I_r;$$

4) розв'язання ЛМН $\hat{L}^T\hat{K}_0\hat{R}+\hat{R}^T\hat{K}_0^T\hat{L}+\hat{\Omega}<0$ відносно $\hat{K}_0$ при обмеженні $\det(I_m-KD_{22})\neq 0$;

5) обчислення матриць регулятора (19) за формулами

$$K=(I_m+K_0D_{22})^{-1}K_0,\ U=(I_m+K_0D_{22})^{-1}U_0.$$

$$V=V_0(I_l+K_0D_{22})^{-1},\ Z=Z_0-V_0D_{22}(I_m+K_0D_{22})^{-1}U_0$$

У підрозділі 3.3 наводяться результати розрахунків для системи стабілізації одноланкового робота-маніпулятора. Використовуючи алгоритм 2.1, будується стабілізуючий динамічний регулятор, а за допомогою алгоритму 3.1 – динамічний регулятор повного порядку, що забезпечує умови неекспансивності та α-стійкості замкненої системи. Властивість неекспансивності лінійної системи означає, що $J \le 1$.

У підрозділі 3.5 на основі алгоритму 3.1 будується J-оптимальний динамічний регулятор повного порядку в задачі гасіння коливань лінійного осцилятора з демпфуванням. Проводиться дослідження залежності зваженого функціонала якості від механічних параметрів та діагональних елементів вагових матриць.

Четвертий розділ присвячено розробці нових методів синтезу дискретних систем керування. Розглядається нелінійна система керування

$$x_{t+1} = A(x_t)x_t + B(x_t)u_t, \quad y = C(x_t)x_t + D(x_t)u_t, \tag{24}$$

де $x_t \in \mathbf{R}^n$, $u_t \in \mathbf{R}^m$ і $y_t \in \mathbf{R}^l$ — вектори відповідно стану, керування і вимірюваного виходу системи, а $A(x_t)$, $B(x_t)$, $C(x_t)$ і $D(x_t)$ – матриці відповідних розмірів, неперервно залежні від x_t в деякому околі $\mathbf{S}_0$ точки $x = 0$, $t \in \mathrm{T} = \{0,1,\ldots\}$, причому $\operatorname{rank} B(x) \equiv m$, $\operatorname{rank} C(x) \equiv l$. Разом з (24) розглядаємо лінійну систему

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t, \quad y = Cx_t + Du_t, \tag{25}$$

де $A = A(0)$, $B = B(0)$, $C = C(0)$ і $D = D(0)$. Спочатку керування шукаємо у вигляді статичного зворотного зв'язку по виходу

$$u_t = Ky_t, \;\; K \in \mathbf{K}_D, \;\; t \in \mathrm{T}. \tag{26}$$

Замкнена лінійна система (25), (26) має вигляд

$$x_{t+1} = Mx_t, \;\; M = A + B\mathbf{D}(K)C, \tag{27}$$

де $\mathbf{D}(K) = (I_m - KD)^{-1}K$. Систему (27) називаємо ρ*-стійкою*, якщо її спектр $\sigma(M)$ розміщений всередині круга $\{\lambda : |\lambda| < \rho\}$, де $0 < \rho \le 1$. *Спектральний запас* стійкості ρ-стійкої системи $\alpha \ge 1 - \rho.$

Сформульовано два критерії існування статичного регулятора (26), що забезпечує ρ-стійкість замкненої системи (27). Перший критерій полягає в сумісності співвідношень

$$B^{\perp T}(AXA^T - \rho^2 X)B^{\perp} < 0, \tag{28}$$

$$AXA^T - \rho^2 X < AXC^T(CXC^T)^{-1}CXA^T, \tag{29}$$

відносно матриці $X = X^T > 0$, а другий – в сумісності співвідношень (28) і

$$C^{\perp}(A^T YA - \rho^2 Y)C^{\perp T} < 0\,, \tag{30}$$

відносно взаємно обернених матриць $X = X^T > 0$ і $Y = Y^T > 0$. При виконанні одного із даних критеріїв матриця регулятора (26) знаходиться у вигляді

$$K = -\mathbf{D}(-K_0) \in \mathbf{K}_D\,, \tag{31}$$

де K_0 – довільний розв'язок ЛМН

$$P^T K_0 Q + Q^T K_0^T P < F\,, \tag{32}$$

$$P = [-B^T, 0_{m\times n}],\ Q = [0_{l\times n}, CX],\ F = \begin{bmatrix} \rho^2 X & AX \\ XA^T & X \end{bmatrix}.$$

Якщо виконується один із даних критеріїв для лінійної системи (25), то співвідношення (26), (28), (29), (31) і (32) визначають статичний регулятор, що забезпечує асимптотичну стійкість нульового стану $x_t \equiv 0$ та квадратичну функцію Ляпунова $v(x) = x^T X^{-1} x$ замкненої нелінійної системи (24), (26). Для розв'язання системи співвідношень (28) і (29) відносно X пропонується спеціальний ітераційний алгоритм 4.1, на кожному кроці якого розв'язується система ЛМН

$$B^{\perp T}(AGZ_k G^T A^T - \rho^2 GZ_k G^T)B^{\perp} < 0,\ Z_k = \begin{bmatrix} Z_{k1} & Z_{k2}^T \\ Z_{k2} & Z_{k3} \end{bmatrix},$$

$$\rho^2 GZ_k G^T > AG\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Psi(Z_{k-1}) \end{bmatrix} G^T A^T,\ 0 < Z_k \le Z_{k-1}\,,\ k = \overline{1, N}\,,$$

де $G = [C^+, C^{\perp T}]$, $\Psi(Z_k) Z_{3k} - Z_{2k} Z_{1k}^{-1} Z_{2k}^T$, N – кількість ітерацій.

Даний алгоритм успішно апробований на прикладі дискретної системи стабілізації поздовжнього руху гелікоптера при вертикальному зльоті і посадці (підрозділ 4.1).

Формулюються умови стабілізації нульового стану рівноваги систем (24) і (25) за допомогою динамічного регулятора

$$\xi_{t+1} = Z\xi_t + Vy_t,\ \ u_t = U\xi_t + Ky_t\,, \tag{33}$$

де $\xi_t \in \mathbf{R}^r$, а Z, V, U і K – шукані матриці, r – порядок регулятора, $t \in \mathrm{T}$. Співвідношення (24) і (31) можна подати у вигляді системи керування зі статичним регулятором у розширеному фазовому просторі $\mathbf{R}^{n+r}$. При умові $K \in \mathbf{K}_D$ замкнена лінійна система (25), (33) має вигляд (27) з відповідними матричними коефіцієнтами.

Теорема 4.3. *Наступні твердження еквівалентні:*

1) *Існує динамічний регулятор* (33) *порядку* r, *що забезпечує* ρ-*стійкість замкненої системи* (25), (33).
2) *Існують матриці* X *і* X_0, *що задовольняють співвідношення* (28) *і*

$$X \geq X_0 > 0, \quad \mathrm{rank}\,(X - X_0) \leq r, \tag{34}$$

$$AX_0A^T - \rho^2 X_0 < AX_0C^T (CX_0C^T)^{-1} CX_0A^T. \tag{35}$$

3) *Існують матриці* $X = X^T > 0$ і $Y = Y^T > 0$, *що задовольняють співвідношення* (10), (28) і (30).

Наслідок 4.1. *Нехай виконується одне із тверджень* 2) *або* 3) *теореми* 4.3 *для лінійної системи* (25) *і* $\hat{K}_0$ – *розв'язок ЛМН*

$$P^T \hat{K}_0 Q + Q^T \hat{K}_0^T P < F, \tag{36}$$

де

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0_{n\times r} \\ 0_{r\times n} & 0_{r\times r} \end{bmatrix}, \ \hat{B} = \begin{bmatrix} B & 0_{n\times r} \\ 0_{r\times m} & I_r \end{bmatrix}, \ \hat{C} = \begin{bmatrix} C & 0_{l\times r} \\ 0_{r\times n} & I_r \end{bmatrix},$$

$$P = [-\hat{B}^T, 0_{m+r\times n+r}], \ Q = [0_{l+r\times n+r}, \hat{C}\hat{X}], \ F = \begin{bmatrix} \rho^2 \hat{X} & \hat{A}\hat{X} \\ \hat{X}\hat{A}^T & \hat{X} \end{bmatrix}, \ 0 < \rho \leq 1,$$

$$\hat{K}_0 = \begin{bmatrix} K_0 & U_0 \\ V_0 & Z_0 \end{bmatrix}, \hat{X} = \begin{bmatrix} X & X_1^T \\ X_1 & X_2 \end{bmatrix} > 0, \ X - X_0 = X_1^T X_2^{-1} X_1 \geq 0,$$

$K_0 \in \mathbf{K}_D$. *Тоді динамічний регулятор* (33) *з матрицями*

$$\begin{aligned} K &= (I_m + K_0 D)^{-1} K_0, \quad & U &= (I_m + K_0 D)^{-1} U_0, \\ V &= V_0 (I_l + D K_0)^{-1}, \quad & V &= V_0 (I_l + D K_0)^{-1}, \end{aligned} \tag{37}$$

забезпечує асимптотичну стійкість нульового стану $\hat{x} \equiv 0$ *та квадратичну функцію Ляпунова* $v(\hat{x}) = \hat{x}^T \hat{X}^{-1} \hat{x}$ *замкненої нелінійної системи* (24), (33).

У підрозділі 4.3 розглядається нелінійна система керування

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= A(x_t)x_t + B_1(x_t)w_t + B_2(x_t)u_t, \\ z &= C_1(x_t)x_t + D_{11}(x_t)w_t + D_{12}(x_t)u_t, \\ y &= C_2(x_t)x_t + D_{21}(x_t)w_t + D_{22}(x_t)u_t, \end{aligned} \tag{38}$$

де $x_t \in \mathbf{R}^n$, $u_t \in \mathbf{R}^m, w_t \in \mathbf{R}^s, z_t \in \mathbf{R}^k$ і $y_t \in \mathbf{R}^l$ – вектори відповідно стану, керування, зовнішніх збурень, керованого і спостережуваного виходів, $t \in \mathrm{T}$. Для даної системи вводиться критерій якості відносно вектора керованого виходу:

$$J = \sup_{0<\|w\|_P^2 + x_0^T X_0 x_0 < \infty} \frac{\|z\|_Q}{\sqrt{\|w\|_P^2 + x_0^T X_0 x_0}}. \qquad (39)$$

Ставиться задача побудови J-оптимальних регуляторів, які забезпечують робастну стійкість нульового стану замкненої системи та мінімізують критерій якості J.

Разом з нелінійною системою (38) розглядається лінійна система

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Ax_t + B_1 w_t + B_2 u_t, \\ z &= C_1 x_t + D_{11} w_t + D_{12} u_t, \\ y &= C_2 x_t + D_{21} w_t + D_{22} u_t, \end{aligned} \qquad (40)$$

де всі матричні коефіцієнти формують значення відповідних матричних функцій в (38) при $x_t = 0$.

Теорема 4.6. *Для лінійної системи* (40) *існує динамічний регулятор* (33) *з нульовим початковим вектором, що забезпечує оцінку критерію якості* $J < \gamma$ *замкненої системи, тоді і лише тоді, коли для деяких матриць* $0 < X < \gamma^2 X_0$ *і* $Y = Y^T > 0$ *виконується система співвідношень* (20) *і*

$$W_R^T \begin{bmatrix} A^T XA - X + C_1^T QC_1 & A^T XB_1 + C_1^T QD_{11} \\ B_1^T XA + D_{11}^T QC_1 & B_1^T XB_1 - D_{11}^T QD_{11} - \gamma^2 P \end{bmatrix} W_R < 0, \qquad (41)$$

$$W_L^T \begin{bmatrix} AYA^T - Y + B_1 P^{-1} B_1^T & AYC_1^T + B_1 P^{-1} D_{11}^T \\ C_1 YA^T + D_{11} P^{-1} B_1^T & C_1 YC_1^T + D_{11} P^{-1} D_{11}^T - \gamma^2 Q^{-1} \end{bmatrix} W_L < 0, \qquad (42)$$

де $R = [C_2, D_{21}]$ *і* $L = [B_2^T, D_{12}^T]$.

При пошуку J-оптимальних динамічних регуляторів використовуються умови теореми 4.6 при мінімально можливому значенні параметра γ.

Якщо $K \in \mathbf{K}_{D_{22}}$, то $\det[I_m - KD_{22}(\mathrm{x})] \neq 0$ при $x \in \mathbf{S}_0$, де $\mathbf{S}_0$ – деякий окіл точки $x = 0$, і нелінійна замкнена система (31), (38) набуває вигляду

$$\hat{x}_{t+1} = \hat{M}(x_t)\hat{x}_t + \hat{N}(x_t)w_t, \; z_t = \hat{F}(x_t)\hat{x}_t + \hat{G}(x_t)w_t, \qquad (43)$$

де всі матричні коефіцієнти є неперервними функціями в $\mathbf{S}_0$. Динамічний регулятор (33) в теоремі 4.6 забезпечує робастну стійкість нульового стану системи (43) зі структурованою невизначеністю вхідного вектора

$$w_t = \gamma^{-1}\Theta z_t,\ \Theta^T P\Theta \le Q, \tag{44}$$

а також спільну квадратичну функцію Ляпунова $v(\hat{x}) = \hat{x}^T \hat{X}\hat{x}$.

У підрозділі 4.4 наводяться результати чисельних експериментів з метою побудови наближених J-оптимальних статичних регуляторів по стану для дискретної системи стабілізації перевернутого маятника на рухомій платформі. Досліджено залежність запасу стійкості і часу перехідного процесу замкненої системи від вагових коефіцієнтів функціоналу якості, які характеризують вплив переміщення платформи і кута відхилення маятника на зважений рівень гасіння обмежених збурень, що діють на платформу.

У **додатку** на мові системи Matlab викладено алгоритм 3.2 зваженої H_∞-оптимізації лінійної системи з керованими і спостережуваними виходами та ітераційний алгоритм 4.1 стабілізації по виходу дискретної системи керування.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі сформульовано та розв'язано нові задачі синтезу неперервних та дискретних систем керування у векторно-матричній формі. Основні нові результати проведених досліджень полягають у наступному:

- Встановлено критерії існування статичних та динамічних регуляторів по вимірюваному виходу, які забезпечують α-стійкість лінійних систем керування.
- Показано, що методи побудови статичних та динамічних регуляторів, які випливають із отриманих критеріїв стабілізації лінійних систем, можуть бути застосовані до деякого класу нелінійних систем керування у векторно-матричній формі.
- Для класу лінійних систем з керованими і спостережуваними виходами встановлено критерій існування та алгоритм побудови динамічних регуляторів з нульовим початковим вектором, які забезпечують задану оцінку зваженого рівня гасіння зовнішніх і початкових збурень, робастну стійкість та спільну квадратичну функцію Ляпунова замкненої системи.

- Розроблено ітераційний алгоритм побудови статичного регулятора, що забезпечує ρ-стійкість лінійної дискретної системи та асимптотичну стійкість стану рівноваги нелінійної системи керування. Даний алгоритм реалізовано в задачі дискретної стабілізації поздовжнього руху гелікоптера при вертикальному зльоті і посадці.
- Для класу лінійних дискретних систем з керованими і спостережуваними виходами сформульовано критерій існування та алгоритм побудови динамічних регуляторів з нульовим початковим вектором, які забезпечують задану оцінку зваженого рівня гасіння зовнішніх і початкових збурень, робастну стійкість та спільну квадратичну функцію Ляпунова замкненої системи.

Розроблені методи дослідження, що зводяться до розв'язання систем лінійних матричних нерівностей, застосовано в задачах стабілізації та узагальненої H_∞-оптимізації таких механічних систем, як одноланковий робот-маніпулятор, маятник на рухомій платформі та лінійний осцилятор з демпфуванням. Досліджено залежності критеріїв якості замкнених систем, що характеризують зважений рівень гасіння обмежених збурень, від вагових коефіцієнтів та механічних параметрів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Mazko A.G. Stabilization by a measurable output and estimation of the level of attenuation for perturbations in control systems / A.G. Mazko, S.N. Kusii // Journal of Mathematical Sciences. – 2017. – 220, 3. – P. 318–333.
2. Мазко О.Г. Задачі стабілізації і гасіння зовнішніх збурень у системах керування / О.Г. Мазко, С.М. Кусій // Математичні проблеми механіки та обчислювальної математики: Збірник праць Ін-ту математики НАН України. – 2015. – **12**, 5. – С. 90–108.
3. Мазко О.Г. Робастна стабілізація та гасіння зовнішніх збурень у системах з керованими і спостережуваними виходами / О.Г. Мазко, С.М. Кусій // Математичні проблеми механіки та обчислювальної математики: Збірник праць Ін-ту математики НАН України. – 2016. –**13**, 3. – С. 129–145.
4. Мазко А.Г. Робастная стабилизация и оценка взвешенного подавления возмущений в системах управления / А.Г. Мазко, С.Н. Кусий // Проблемы управления и информатики. – 2016. – № 6. – С. 71–82.

5. Кусій С.М. Стабілізація та гасіння обмежених збурень у дискретних системах керування / С.М. Кусій // Нелінійні коливання. – 2017. – **20**, № 2. – С. 198–210.
6. Мазко А.Г. Стабилизация и H_∞-оптимизация линейных систем управления / А.Г. Мазко, С.Н. Кусий // Thesis of XVII International Conference «Dynamic System Modelling and Stability Investigation» (May 27–29, 2015, Kyiv), p. 143.
7. Мазко А.Г. Робастная стабилизация и подавление ограниченных возмущений в системах управления / А.Г. Мазко, С.Н. Кусий // Матеріали XXIII Міжнародної конференції з автоматичного управління «Автоматика – 2016» (22–23 вересня 2016 р., м. Суми), С. 20–21.
8. Mazko A.G. Robust stabilization and suppression of limited disturbances in control systems / A.G. Mazko, S.N. Kusii // Thesis of 5th International conference for young scientists on differential equations and applications dedicated to Ya. B. Lopatynsky (November 9–11, 2016, Kyiv), p. 101.
9. Мазко А.Г. Робастная стабилизация и подавление ограниченных возмущений в дискретных системах управления / А.Г. Мазко, С.Н. Кусий // Thesis of XVIII International Conference «Dynamic System Modelling and Stability Investigation» (May 24–26, 2017, Kyiv), p. 167.
10. Мазко О.Г. Робастна стабілізація та гасіння обмежених збурень в дискретних системах керування / О.Г. Мазко, С.М. Кусій // Thesis of International conference of young mathematicians dedicated to the 100-th Anniversary of professor Yu.O. Mitropolskiy (June 7–10, 2017, Kyiv), p. 57.

АНОТАЦІЯ

Кусій С.М. Робастна стабілізація та оптимізація систем керування при наявності обмежених збурень. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – теоретична механіка. – Інститут математики НАН України, Київ, 2017.

В дисертаційній роботі встановлено критерії існування статичних та динамічних регуляторів по вимірюваному виходу, які забезпечують асимптотичну стійкість лінійних систем керування з гарантованим спектральним запасом. Показано, що методи побудови стабілізуючих регуляторів, які випливають із отриманих критеріїв, можна

застосувати до класу нелінійних систем керування у векторно-матричній формі. Для дискретних систем керування розроблено ітераційний алгоритм побудови стабілізуючих статичних регуляторів по виходу, що зводиться до розв'язування лінійних матричних нерівностей. Даний алгоритм чисельно реалізовано для дискретної моделі стабілізації поздовжнього руху гелікоптера при вертикальному зльоті та посадці.

Для класів лінійних неперервних та дискретних систем з керованими і спостережуваними виходами на основі методу квадратичних функцій Ляпунова сформульовано критерії існування стабілізуючих регуляторів, які забезпечують задану верхню оцінку зваженого рівня гасіння зовнішніх і початкових збурень. Досліджено випадки наявності обмежених збурень у рівняннях динаміки об'єкта, його виходів, а також шуканих статичних або динамічних регуляторів. Розроблено конструктивні алгоритми робастної стабілізації та узагальненої H_∞-оптимізації указаних класів систем за допомогою динамічних регуляторів з нульовим початковим вектором.

Розроблені методи дослідження, що базуються на розв'язанні систем лінійних матричних нерівностей, за допомогою комп'ютерних засобів продемонстровано в задачах стабілізації та H_∞-оптимізації для таких механічних систем, як одноланковий робот-маніпулятор, перевернутий маятник на рухомій платформі та лінійний осцилятор з демпфуванням. Досліджено залежності зважених критеріїв якості замкнених систем від вагових коефіцієнтів та механічних параметрів.

Ключові слова: система керування, асимптотична стійкість, робастна стабілізація, динамічний регулятор, функція Ляпунова, лінійна матрична нерівність.

АННОТАЦИЯ

Кусий С.Н. Робастная стабилизация и оптимизация систем управления при наличии ограниченных возмущений. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика. – Институт математики НАН Украины, Киев, 2017.

Диссертационная работа посвящена развитию известных и разработке новых методов стабилизации управляемых систем, описываемых дифференциальными и разностными уравнениями в

векторно-матричной форме при наличии ограниченных внешних возмущений и неопределенных параметров, а также их применению при исследовании конкретных моделей механики. Такие методы необходимы при конструировании высоконадежных и безопасных систем управления для транспортных и технических объектов.

В работе получены критерии существования статических и динамических регуляторов по измеряемому выходу, обеспечивающих асимптотическую устойчивость линейных систем управления с гарантированным спектральным запасом. Показано, что методы построения стабилизирующих регуляторов, вытекающие из полученных критериев, могут быть использованы для класса нелинейных систем управления в векторно-матричной форме. Для дискретных систем управления разработан итерационный алгоритм построения стабилизирующих статических регуляторов по выходу, который сводится к решению линейных матричных неравенств. Данный алгоритм численно реализован для дискретной модели стабилизации продольного движения геликоптера при вертикальном взлёте и посадке.

Для классов линейных непрерывных и дискретных систем с управляемыми и наблюдаемыми выходами на основе метода квадратичных функций Ляпунова сформулированы критерии существования стабилизирующих регуляторов, обеспечивающих заданную верхнюю оценку взвешенного уровня гашения внешних и начальных возмущений. Исследованы случаи наличия ограниченных возмущений в уравнениях динамики объекта, его выходов, а также искомых статических или динамических регуляторов. Разработаны конструктивные алгоритмы робастной стабилизации и обобщенной H_∞-оптимизации указанных классов систем с помощью динамических регуляторов с нулевым начальным вектором.

Разработанные методы исследования, основанные на решении систем линейных матричных неравенств, с помощью компьютерных средств продемонстрированы в задачах стабилизации и H_∞-оптимизации для таких механических систем, как однозвенный робот-манипулятор, перевёрнутый маятник на подвижной платформе и линейный осциллятор с демпфированием. Изучены зависимости взвешенных критериев качества замкнутых систем от весовых коэффициентов и механических параметров.

Ключевые слова: система управления, асимптотическая устойчивость, робастная стабилизация, динамический регулятор, функция Ляпунова, линейное матричное неравенство.

ABSTRACT

Kusii S.M. Robust stabilization and optimization of control systems with limited perturbations. – Manuscript.

Thesis submitted for the Degree of Candidate of Physics and Mathematics in speciality 01.02.01 – Theoretical mechanics. – Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2017.

In this thesis, criteria for the existence of output feedback static and dynamic regulators providing asymptotic stability of linear control systems with a safe spectral stability margin are obtained. It is shown that the methods of constructing the stabilizing regulators that follow from the criteria can be used for a class of nonlinear control systems in a vector-matrix form. An iterative algorithm for constructing static output feedback stabilizing regulator redused to solving linear matrix inequalities is developed for discrete control systems. This algorithm is implemented for a discrete model of the longitudinal motion of a helicopter at vertical takeoff and landing.

Using the Lyapunov quadratic function method, criterions for the existence of stabilizing regulators that provides specified evaluation of the weighted damping level of external and initial perturbations are formulated for classes of linear continuous and discrete systems with controlled and observed outputs. The cases of the presence of limited perturbations in the equations of object dynamics, its outputs, as well as the desired static and dynamic regulators are studied. Constructive algorithms for robust stabilization and generalized H_∞-optimization of the classes of systems are developed by using dynamic regulators with zero initial vector.

The developed research methods based on the solution of systems of linear matrix inequalities with the help of computer tools are used in stabilization and H_∞-optimization problems for such mechanical systems as a single-link robot manipulator, an inverted pendulum on a moving platform and a linear oscillator with damping. Dependencies of the weighted quality criteria of the closed systems on weight coefficients and mechanical parameters are studied.

Keywords: control system, asymptotic stability, robust stabilization, dynamic controller, Lyapunov function, linear matrix inequality.

Підп. до друку 16.11.2017. Формат $60 \times 84/16$. Папір друк. Офс. друк.
Фіз. друк. арк. 1,3.Ум. друк. арк. 1,2. Тираж 100 прим. Зам. 59.

Інститут математики НАН України,
01004, Київ-4, МСП, вул. Терещенківська, 3.