

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
БОЙКА Вячеслава Миколайовича
“Узагальнені оператори Казіміра, сингулярні модулі редукції
та симетрії диференціальних рівнянь”,
представленої на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика

Дослідження симетрії диференціальних рівнянь, у тому числі її різновидів, складають важливу частину сучасної математичної фізики. Такі дослідження відкривають нові шляхи інтегрування диференціальних рівнянь та рівнянь математичної фізики, тобто мають важливе прикладне значення. Дисертаційну роботу В.М. Бойка присвячено розробці нових методів та алгоритмів групового аналізу диференціальних рівнянь, а також дослідженням деяких проблем із суміжних областей теорії алгебр Лі. Зокрема розглянуто задачі, пов'язані з узагальненими операторами Казіміра та реалізаціями алгебр Лі, лівськими симетріями та модулями редукції диференціальних рівнянь.

Дисертація В.М. Бойка, загальним обсягом у 338 стор., складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку джерел використаної літератури із 294 найменувань.

У вступі визначено мету дисертації та обґрунтовано її актуальність, обговорено коло розглянутих задач, викладено отримані результати та продемонстровано їх наукову новизну, охарактеризовано публікації та відзначено особистий внесок автора, а також описано структуру роботи.

У першому розділі розроблено оригінальний метод знаходження фундаментальних базисів інваріантів алгебр Лі (алгоритм на стор. 40). Для демонстрації переваг та ефективності методу наведено низку ілюстра-

тивних прикладів та перераховано інваріанти дійсних низькорозмірних алгебр Лі, які раніше були отримані іншими авторами у рамках інфінітезимального підходу. виправлено ряд помилок попередніх класифікацій, а у багатьох випадках відповідні базиси інваріантів вдалося побудувати у компактнішій формі. Запропонований підхід дозволив вперше вичерпно описати базиси інваріантів для серій розв'язних алгебр Лі довільної розмірності з фіксованими структурами нільрадикалів, зокрема для майже абелевих алгебр Лі, розв'язних алгебр Лі, нільрадикали яких є ниткоподібними майже абелевими алгебрами, для нільпотентної алгебри строго верхньотрикутних матриць та розв'язних алгебр Лі з трикутними нільрадикалами й діагональними нільнезалежними елементами.

Другий розділ присвячено теорії неklasичних (умовних) симетрій диференціальних рівнянь. Введено означення модулів редукції диференціальних рівнянь, що дало змогу переглянути теорію неklasичних симетрій. Запропоновано поняття сингулярних модулів редукції диференціальних рівнянь та проведено детальне дослідження властивостей таких модулів. Досліджено сингулярні модулі редукції еволюційних рівнянь і квазілінійних рівнянь другого порядку, а також вивчено редукції диференціальних рівнянь до алгебраїчних рівнянь та звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. У рамках запропонованого підходу проаналізовано "no-go" результати щодо неklasичних симетрій диференціальних рівнянь.

У третьому розділі розглянуто ряд задач, пов'язаних з лівськими симетріями звичайних диференціальних рівнянь. Зокрема, доведено узагальнення теореми Лі про диференціальні інваріанти однопараметричної групи локальних перетворень без обмеження щодо кількості незалежних і залежних змінних, а також проаналізовано зв'язок між диференціальними інваріантами першого порядку й інтегруванням систем рівнянь типу Ріккаті. Проведено повну групову класифікацію систем лінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку з комутуючими

сталими матрицями коефіцієнтів без обмежень щодо кількості рівнянь і вигляду матриць. За допомогою алгебраїчного методу трьома різними способами прокласифіковано ліівські симетрії лінійних звичайних диференціальних рівнянь довільного порядку. Запропоновано симетрійний підхід до опису нових інтегровних випадків рівняння Абеля. Проведено детальний порівняний аналіз результатів щодо реалізацій низькорозмірних алгебр Лі векторними полями з відповідними результатами Вафо Соха та Махомеда (2001) у випадку трьох змінних.

Задачі симетрійного аналізу диференціальних рівнянь з частинними похідними, розглянуто у четвертому розділі. Зокрема, проведено повну групову класифікацію нелінійних галілей-інваріантних узагальнень рівнянь Бюргерса і Кортвега-де Фріза довільного порядку. Доведено теорему про лінійні оператори редукції загального лінійного диференціального рівняння з частинними похідними, досліджено сингулярні та регулярні оператори редукції лінійного рівняння балки. Використовуючи дуальне перетворення Дарбу, вивчено найпростіші потенціальні закони збереження $(1+1)$ -вимірних лінійних еволюційних рівнянь. Описано класи нелінійних рівнянь Шрьодінгера, що сумісні з принципом відносності Галілея і розв'язки яких задовольняють рівняння неперервності.

У висновках дисертації підсумовано основні положення роботи.

Результати дисертації є новими, всі твердження чітко сформульовані і мають детальні доведення, що забезпечує достовірність основних положень та висновків дисертації.

Дисертація відображає глибоке знання автором сучасної літератури з групового аналізу диференціальних рівнянь та вміння ефективно використовувати нові методи досліджень у цій області математики.

До дисертації можна зробити декілька зауважень:

1. Інваріанти алгебр Лі відіграють дуже важливу роль у дослідженнях, пов'язаних з інтегровними системами як скіченновимірними, так і нескіченновимірними, і варто було хоча б обговорити використан-

ня запропонованого методу до відповідних проблем у теорії інтегрованості.

2. Методи та результати дисертанта доцільно було б використати для рівнянь класичної механіки. Для цього бажано було б дослідити симплектичні групи та многовиди.

3. У дисертації запропоновано означення модулів редукції лише для випадку одного скалярного диференціального рівняння. Водночас, було б доцільним ввести подібне означення і для загальних систем диференціальних рівнянь або вказати на проблеми, що виникають при цьому.

Але ці зауваження не впливають на загальне позитивне враження від роботи, а фактично є побажаннями для подальшої роботи.

Загальний висновок:

Дисертація В.М. Бойка є актуальним і важливим дослідженням із застосування теорії симетрій до аналізу та інтегрування рівнянь математичної фізики. Введені поняття, отримані результати та розвинуті в дисертації методи мають значні перспективи щодо подальшого їх використання в групового аналізі диференціальних рівнянь, суміжних областях теорії алгебр Лі та для розв'язання різноманітних прикладних проблем.

Оформлення дисертації задовольняє всім вимогам, що висуваються до рукописів на здобуття наукових ступенів. Результати досить повно опубліковані у журнальних публікаціях, збірниках наукових праць, тезах конференцій, препринтах тощо. Зі статей у співавторстві в дисертацію включені результати, отримані особисто дисертантом, що відзначено окремо по кожній роботі. Результати дисертації відомі спеціалістам і добре цитуються. Вони доповідались на багатьох семінарах, українських та міжнародних конференціях. Автореферат дисертації вірно і повно відображає зміст роботи.

Враховуючи все сказане вище, вважаю, що дисертація “Узагальнені оператори Казіміра, сингулярні модулі редукції та симетрії диференціальних рівнянь” містить важливі наукові результати з теорії та застосу-

вання симетрії диференціальних рівнянь, задовольняє вимогам пп. 9, 10, 12, 13, 14 “Порядку присудження наукових ступенів” (Постанова Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013) щодо докторських дисертацій, а її автор Вячеслав Миколайович Бойко заслуговує на присвоєння наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика.

Офіційний опонент

головний науковий співробітник

відділу теорії магнітних явищ

та магнітної динаміки конденсованих середовищ

Інституту магнетизму НАН та МОН України, м. Київ

доктор фіз.-мат. наук, професор

Є.Д. Білококос

Підпис Є.Д. Білоколоса засвідчую.

Учений секретар

Інституту магнетизму НАН та МОН України, м. Київ

кандидат фіз.-мат. наук

9 січня 2018 року



А.О. Хребтов

Надійшов спеціальною
вченої ради Радченка
секретар Радзи 09.01.2018 р.
/ Артемченко Ж.Я. /

