

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

**Лося Валерія Миколайовича**

**„Параболічні крайові задачі у просторах Хермандера“**

подану на здобуття наукового ступеня

доктора фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння

Одним із основних напрямків теорії еволюційних диференціальних рівнянь в частинних похідних є теорія параболічних початково-крайових задач. Така теорія була розвинута спочатку в функціональних просторах Гельдера, а пізніше зусиллями багатьох відомих математиків перенесена на простори Соболева. Головні положення цієї теорії мають завершений характер, але не завжди є достатними для застосувань. В дисертаційній роботі Лося В. М. вперше розроблена теорія параболічних крайових задач у функціональних просторах Хермандера. Клас таких просторів є значно ширшим, ніж клас соболевських, бо індексується не числами, а функціями з певного класу. Кілька років тому теорія регулярних еліптичних крайових задач в класах просторів Хермандера була побудована в роботах В. А. Михайлсця, О. О. Мурача та їх учнів. Функціонально-аналітичною основою цієї теорії слугував метод інтерполяції з функціональним параметром лінійних операторів у класах ізотропних гільбертових просторів Хермандера, що є узагальненням класичних методів інтерполяції. Аналіз параболічних крайових задач є значно складнішим, бо вимагає роботи з анізотропними функціональними просторами і містить додаткові труднощі принципового характеру. Тому тема дисертації В. М. Лося є актуальною і відповідає сучасному рівню розвитку теорії рівнянь в частинних похідних.

Дисертаційна робота складається з анотацій, вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел, що містить 114 найменувань. Повний обсяг роботи складає 301 сторінку друкованого тексту.

У першому розділі наведено огляд літератури за тематикою дисертації.

У другому розділі роботи введені анізотропні гільбертові простори Хермандера, зокрема,  $2b$ -анізотропні гільбертові простори  $H^{s,s/2b;\varphi}(\Omega)$  і  $H^{s,s/2b;\varphi}(S)$ , пов'язані з  $2b$ -параболічними диференціальними рівняннями, де  $\Omega$  є циліндр скінченної висоти, основою якого є обмежена область  $G$  в  $\mathbb{R}^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$  з гладкою межею  $\Gamma$ , а  $S$  — бічна поверхня циліндра. Показником регулярності в цих просторах є пара дійсних чисел  $(s, s/2b)$  і додатковий функціональний параметр  $\varphi$ , який є додатною повільно змінною за Й. Караматою на нескінченності функцією. Зокрема, при  $\varphi(\cdot) \equiv 1$  такі простори збігаються відповідно з анізотропними просторами Соболева  $H^{s,s/2b}(\Omega)$  і  $H^{s,s/2b}(S)$ . Крім того, в цьому розділі описано метод інтерполяції з функціональним параметром пар комплексних гільбертових просторів. Саме за допомогою цього методу отримано основні результати дисертації. Доведено, що введені простори одержуються в результаті інтерполяції пар відповідних анізотропних просторів Соболева. Зокрема, це дозволило коректно визначити  $2b$ -анізотропні простори Хермандера на бічній поверхні циліндра.

У третьому розділі спочатку доводиться теорема 3.1 про ізоморфізми в просторах Хермандера для задач, пов'язаних з  $2b$ -параболічними за Петровськими початково-крайовими задачами з нульовими початковими даними. Звідси випливає коректна розв'язність таких задач. В теоремі 3.2 встановлено підвищену регулярність узагальненого розв'язку задачі. В теоремі 3.3 знайдено умову неперервності узагальненого розв'язку задачі та його похідних до заданого порядку. На відміну від відомої у випадку просторів Соболева вона є точною і формулюється в термінах збіжності

деяких інтегралів. Ці результати уточнено у випадку  $n = 1$  та поширено на системи диференціальних рівнянь.

У четвертому розділі встановлено коректну розв'язність у просторах Хермандера загальної параболічної початково-крайової задачі з ненульовими початковими даними. Окремо досліджено деякі особливі випадки. Встановлено теореми про локальну регулярність у просторах Хермандера узагальнених розв'язків цих задач. Встановлено нові достатні умови класичності і сильної класичності розв'язків розглянутих задач. Наведено порівняння цих умов з раніше відомими в гельдерівській теорії параболічних крайових задач. Також досліджено важливі класи параболічних задач математичної фізики, для яких конкретизовано і уточнено теореми 4.1, 4.2, 4.3.

Дисертаційна робота оформлена акуратно, згідно з новими вимогами, які ставляться до оформлення дисертацій. Одержані в роботі результати викладені ясно і послідовно. Є декілька друкарських помилок, але вони не впливають на загальну оцінку роботи. Суттєвих зауважень до змісту роботи немає.

Дисертація повністю відповідає паспорту спеціальності 01.01.02 — диференціальні рівняння. В ній отримані нові обґрунтовані результати завершеного характеру, які є вагомим внеском в теорію диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Основні результати дисертації достатньо повно і своєчасно опубліковані в 31 науковій праці, зокрема, в 21 статті у фахових наукових журналах, серед яких 11 опубліковано у виданнях, що входить до міжнародних наукометричних баз Scopus і Web of Science.

Автореферат дисертації правильно відображає її зміст.

Результати роботи та методи їх отримання можуть знайти застосування в теорії функціональних просторів, теорії крайових задач для рівнянь в

частинних похідних та її застосуваннях до задач математичної фізики.

Вважаю, що дисертаційна робота „Параболічні крайові задачі у просторах Хермандера“ виконана на високому науковому рівні і задовольняє вимогам пп. 9, 10, 12, 13, 14 „Порядку присудження наукових ступенів“, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України за № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами і доповненнями, внесеними постановами Кабінету Міністрів України за № 656 від 19 серпня 2015 року, за № 1159 від 30 грудня 2015 року, за № 567 від 27 липня 2016 року і наказу № 40 МОН України від 12 січня 2017 року, що висуваються до докторських дисертацій, а її автор — Лось Валерій Миколайович заслуговує на присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння.

Офіційний опонент

академік НАН України

доктор фізико-математичних наук,

професор, завідувач відділу

диференціальних рівнянь та геометрії

Фізико-технічного інституту

низьких температур ім. Б. І. Веркіна

Національної академії наук України

*Є. Я. Хруслів* Є. Я. Хруслів



*Надійшов до Канцелярії Секретаріату НАН України*  
*внесі радю Д26. до в. 02 08.02.2018р.*  
*секретар радю \* / Артемюченко Ж.Я./*