

ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук Олійник Богдани Віталіївни на дисертаційну роботу Карвацького Дмитра Миколайовича “Представлення дійсних чисел за допомогою узагальнених послідовностей Фібоначчі та їх застосування”, поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 — алгебра та теорія чисел.

Перші зображення дійсних чисел частковими сумами нескінчених рядів цілих чисел було побудовано ще Ламбертом у 1770 році. Схожі дослідження проводились Сільвестром (1880) і Енгелем (1913), які розглядали зображення дійсних чисел певними аналогами нескінчених ланцюгових дробів. Йердошом і Саллітом (1991) розглядали зображення дійсних чисел рядами Пірса і Енгеля. Зображення чисел нескінченими послідовностями цілих чисел використовується як інструмент при дослідженнях в теорії міри, символній динаміці, теорії наближених обчислень, теорії розподілів випадкових величин, тощо. Одним з напрямків таких досліджень, який можна виділити, є дослідження зображень чисел сумами або частковими сумами рядів, що є елементами певних послідовностей. Одними з таких послідовностей є лінійні рекурентні співвідношення, що вивчались М.Міллером, Д.А.Вольфрамом, С. Клейном, М.В. Працьовитим, Н.М. Василенко. Оскільки дисертаційна робота Д. М. Карвацького присвячена дослідженню властивостей зображень дійсних чисел частковими сумами рядів узагальнених послідовностей Фібоначчі, то все вище сказане служить обґрунтуванням актуальності її проблематики.

Дисертаційна робота складається з анотації, списку умовних позначень, вступу, трьох розділів, розбитих на 18 параграфів, висновків та списків використаних джерел і публікацій автора.

В першому розділі дисертаційної роботи наведено необхідні означення і зроблено огляд відомих результатів, що стосуються лінійних рекурентних послідовностей другого порядку, які пов'язані з дослідженнями

автора. Знайдено формулу суми n перших членів узагальненої послідовності Фібоначчі, а також суми перших n парних членів і перших n непарних членів узагальненої послідовності Фібоначчі. Пораховано розмірність Гаусдорфа-Безиковіча множини, сконструйованої з двох неколінеарних узагальнених послідовностей Фібоначчі і доведено, що ця множина є самоподібною.

Другий розділ дисертаційної роботи присвячено вивченню знакододатних рядів нескінченно малих послідовностей Фібоначчі, дослідженню властивостей множин їх неповних сум, а також вивченню зображень чисел з напівінтервалу $(0, r]$, для певного r , неповними сумами рядів, елементами яких є члени узагальнених нескінченно малих послідовностей Фібоначчі. Зокрема доведено, що при певних обмеженнях на параметри знакододатний ряд, елементами якого є члени узагальненої послідовності Фібоначчі, є збіжним, а множина його неповних сум буде досконалою, ніде не щільною, нульової міри Лебега множиною, для якої пораховано розмірність Гаусдорфа-Безиковіча. Також показано, що випадкова величина, що вводиться за допомогою знакододатних рядів послідовностей Фібоначчі, має чисто сингулярний розподіл канторівського типу.

Третій розділ роботи присвячено дослідженню властивостей послідовності Якобсталя-Люка (частковий випадок лінійних рекурентних співвідношень другого порядку) та вивченню рядів, члени яких є оберненими до членів послідовностей Якобсталя-Люка. Встановлено, що множина неповних сум ряду обернених чисел Якобсталя-Люка є досконалою, ніде не щільною множиною додатної міри Лебега. Доведено, що кожне число з певного відрізка $[0, s]$ можна представити у вигляді неповних сум ряду обернених чисел Якобсталя-Люка, причому кожне число має континуальну множину різних зображень. Також доведено, що множина, певним чином сконструйована з членів послідовності Якобсталя-Люка, є досконалою, ніде не щільною множиною нульової міри Лебега, що має дробову розмірність Гаусдорфа-Безиковіча.

Проведений аналіз показує, що дисертаційна робота Д. Карвацького є закінченим науковим дослідженням, яке присвячене актуальним питанням сучасної алгебри. Всі результати дисертаційної роботи є новими і супроводжуються строгими доведеннями, а їх правильність не викликає

сумнівів.

Результати дисертаційної роботи опубліковано в 6 статтях, всі статті у фахових виданнях, з яких 1 стаття – у виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus, та у 13 тезах доповідей на наукових конференціях різного рівня, в тому числі і міжнародних. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Результати дисертаційної роботи можуть знайти застосування в подальших дослідженнях з метричної теорії чисел, символічної динаміки, а також для конструювання і дослідження функцій зі складною структурою. З ними слід ознайомитись фахівцям, що працюють в Київському, Львівському, Одеському, Харківському національних університетах, Інститутах кібернетики та математики НАН України, Національному університеті “Києво–Могилянська Академія”.

Дисертаційна робота добре оформлена і в цілому гарно написана. Є незначні помилки, наприклад

- 1) на ст. 24 написано “Виводяться формули: загального члена послідовності ... наслідком якої є рівність...”. Оскільки формули загального члена лінійних рекурентних послідовностей добре відомі, краще було б написати: “Використовуючи формулу загального члена послідовності ... отримано рівність ...”;
- 2) на ст. 33 теорему 1.1 краще було назвати твердженням;
- 3) на ст. 36, у формулюванні теореми 1.3 в формулі $\sum_{k=1}^{\frac{n+1}{2}} u_{2k-1}$ потрібно взяти цілу частину $\sum_{k=1}^{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor} u_{2k-1}$, оскільки n може бути парним;
- 4) на ст. 37, у формулюванні теореми 1.4 в формулі $\sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} u_{2k}$ потрібно взяти цілу частину $\sum_{k=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} u_{2k}$, оскільки n може бути непарним.

Але ці недоліки не мають принципового характеру і жодною мірою не зменшують наукового рівня дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота Карвацького Дмитра Миколайовича “Представлення дійсних чисел за допомогою узагальнених послідовностей Фібоначчі та їх застосування” повністю задовольняє вимогам, що висуваються до дисертаційних робіт, поданих на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук відповідно до “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 р., № 567, щодо кандидатських дисертацій, а її автор, Карвацький Дмитро Миколайович, заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.06 — алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент, доктор
фізико-математичних наук, доцент,
завідувач кафедри математики
факультету інформатики
Національного університету
“Києво-Могилянська Академія”

Б. В. Олійник



Надійшов до Секретаря
вченої ради Д.В. 20.03.03 02.03.2018р.
секретаря ради Канцелярія Артешченко Ж.Я.