

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

**Приходька Юрія Євгеновича**

«Гранична поведінка локальних збурень процесів Маркова»,  
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук  
за спеціальністю

01.01.05 — теорія ймовірностей і математична статистика.

**Актуальність теми дослідження.** Дисертаційну роботу Ю. Є. Приходька присвячено функціональним граничним теоремам для випадкових процесів із збуреннями. Функціональні граничні теореми займають важливе місце в теорії випадкових процесів. Одним з перших класичних результатів є принцип інваріантності Донскера про слабку збіжність послідовності нормованих симетричних випадкових блукань у просторі неперервних функцій. Цей результат було узагальнено Скороходом на випадок процесів з незалежними приростами.

Гаррісон і Шепп поширили результат Донскера на випадок випадкових блукань, збурених в одній точці. При цьому граничний процес виявився косим броунівським рухом, який є дифузійним процесом лише в узагальненому сенсі, тобто процесом з узагальненим переносом. Слід зазначити, що граничні теореми для дифузійних процесів з узагальненим переносом не вписуються в класичний принцип інваріантності і тому потребують окремих досліджень.

Результати Гаррісона і Шеппа було розвинуто Мінлосом, Жижиной, Пилипенко, Іксановим та ін. В дисертаційній роботі отримано подальші узагальнення цих результатів на випадки ланцюгів Маркова та дифузій з регулярними коефіцієнтами, які збурюються в околі деякої особливої точки.

Таким чином, тема дисертаційної роботи є цілком актуальною.

**Ступінь обґрунтованості положень, висновків і рекомендацій.** Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел, що налічує 87 найменувань.

Основні результати дисертації представлено в розділах 2-4.

У другому розділі запропоновано загальний метод дослідження граничної поведінки послідовності випадкових процесів, що збурюються в околі деякої фіксованої точки. Автором вводиться перетворення “вирізанням часу”, яке дозволяє досліджувати окремо частини траєкторій процесів, що лежать в околі іррегулярної точки і поза ним. В теоремі 2.2.3 сформульовано основний результат, за яким, за рівномірної умови на модуль неперервності дограничних процесів та умови малості вирізаного часу, із слабкої збіжності послідовності процесів з вирізаним часом впливає слабка збіжність початкової послідовності. Далі у розділі 2 наведено достатні умови малості вирізаного часу, достатні умови збіжності процесів, отриманих вирізанням часу, та достатні умови для модуля неперервності, які є більш зручними для перевірки ніж умови теореми 2.2.3. Використовуючи теорему 2.2.3 та достатні умови, одержано загальний результат про слабку збіжність послідовності неперервних строго марковських процесів (теорема 2.4.1) та аналог цього результату для ланцюгів Маркова.

У третьому розділі результати розділу 2 застосовуються до випадкових блукань зі збуреннями. Автор розглядає ланцюг Маркова  $X(k)$ , перехідні ймовірності якого співпадають з перехідними ймовірностями симетричного випадкового блукання поза околом  $[-m, m]$  точки 0 і є збуреними в околі цієї точки. В постановці задачі відрізок  $[-m, m]$  називається мембраною. В розділі досліджується гранична поведінка послідовності процесів  $X_n(t) = \frac{1}{\sqrt{n}} X(\lfloor x_0 \sqrt{n} \rfloor)(nt)$ ,  $t \geq 0, n \in \mathbb{N}$ , зі стартом в точці  $\lfloor x_0 \sqrt{n} \rfloor / \sqrt{n}$ , побудованих за допомогою лінійної інтерполяції з  $X(k)$ . Гранична поведінка досліджується в двох



випадках: коли стрибки з мембрани є інтегровними і неінтегровними. У випадку інтегровних стрибків описано всі можливі граничні процеси. Показано, що у випадку неінтегровних стрибків граничний процес може бути розривним. Зокрема, розглянуто випадок симетричного випадкового блукання з відбиваючим бар'єром в точці 0, коли стрибки з мембрани належать до області притягання  $\alpha$ -стійкого розподілу. Доведено, що в цьому випадку граничний процес є вінеровим процесом з відбиттям в точці 0 та граничними умовами типу Феллера-Вентцеля.

У четвертому розділі досліджується гранична поведінка послідовності розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь, коефіцієнти яких збігаються до функцій, що мають особливості в точці 0. Для коефіцієнта переносу певного вигляду, що не є обмеженим в околі нуля, проведено класифікацію можливих граничних процесів в залежності від поведінки процесу в околі особливої точки. Також у четвертому розділі вивчається випадок, коли коефіцієнт переносу не задовольняє умову Ліпшица в точці 0, а дифузійний коефіцієнт вироджений в 0. Розглянуто збурення малим шумом та доведено слабку збіжність послідовності розв'язків в просторі неперервних функцій.

**Всі результати дисертації є строго доведеними.**

**Наукова новизна і достовірність результатів.** Найбільш вагомими новими результатами дисертаційної роботи Ю. Є. Приходька є такі:

- Представлено загальний метод дослідження граничної поведінки послідовності випадкових процесів з іррегулярністю в околі деякої фіксованої точки.
- Доведено слабку збіжність у просторі неперервних функцій послідовності нормованих симетричних випадкових блукань з інтегрованим збуренням в околі нуля.
- Доведено слабку збіжність у просторі Скорохода послідовності

нормованих симетричних випадкових блукань з відбиваючим бар'єром в точці 0 та неінтегровними стрибками з мембрани, що належать до області притягання  $\alpha$ -стійкого розподілу.

- Досліджено граничну поведінку послідовності розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь з необмеженими в околі нуля коефіцієнтами переносу. Проведено класифікацію можливих граничних процесів в залежності від поведінки розв'язків в околі особливої точки.
- Розглянуто збурення малим шумом послідовності розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь з неліпшицевими коефіцієнтами переносу та виродженими в точці 0 коефіцієнтами дифузії. Доведено слабку збіжність цієї послідовності в просторі неперервних функцій.

Основні положення та результати дисертації опубліковано у п'яти статтях у фахових виданнях, три з яких індексуються міжнародною базою Scopus. Здобувач має 13 тез доповідей на наукових конференціях.

**Зауваження:**

1. Величини  $\xi^{(\pm)}$  не є відстанями до мембрани в момент  $t$ , оскільки можуть набувати від'ємних значень.
2. На стор. 66, перед твердженням Б,  $\gamma$  дорівнює  $\pm 1$ , але не знаку одного зі станів  $-m - 1, m + 1$ .
3. В зауваженні 3.2.14 на стор. 74 не визначена міра  $\mu$ .
4. У прикладі 3.1.5 є недоцільним посилення на роботу [79], оскільки значення параметру  $\gamma$  знайдено у прикладі 3.2.5.

Зазначимо, що наведені зауваження **суттєво не впливають** на загальну високу оцінку дисертаційної роботи.



**Автореферат повністю відображає зміст дисертації.**

**Загальний висновок.** Дисертація Приходька Юрія Євгеновича є завершеною працею, яка містить нові науково обґрунтовані результати, тема дисертації є актуальною. Автор продемонстрував високу кваліфікацію, володіння сучасними методами досліджень та великий творчий потенціал.

На основі проведеного аналізу вважаю, що дисертаційна робота Приходька Юрія Євгеновича «Гранична поведінка локальних збурень процесів Маркова», яку подано на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, за обсягом проведених наукових досліджень, їх актуальністю, новизною та науковим рівнем відповідає вимогам Порядку присудження наукових ступенів (Постанова Кабінету міністрів України № 567 від 24.07.2013 зі змінами, внесеними згідно з постановами КМУ № 656 від 19.08.2015 р. та № 1159 від 30.12.2015 р.) щодо кандидатських дисертацій, а її автор — Приходько Юрій Євгенович — заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.05 — теорія ймовірностей і математична статистика.

Офіційний опонент  
провідний науковий співробітник  
Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна  
Національної академії наук України  
доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник

О.В. Арясова

Підпис О. В. Арясової засвідчую.  
Вчений секретар  
Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна  
НАН України  
кандидат фізико-математичних наук



О.В. Легостаєва

Надійшов  
вченої ради  
секретар ради  
за секретарем  
канцелярія  
20.03.2018р.  
/ Артемченко Ж.Є. /