

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Сороки Юлії Юріївни

«Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях»

подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.04 — геометрія та топологія

Теорія шарувань знаходиться на перетині кількох галузей математики, таких як: теорія динамічних систем, теорія диференціальних рівнянь, геометрія підмноговидів, алгебраїчна та диференціальна топологія. Як самостійна дисципліна вона почала формуватися з визначних праць Дж. Ріба, С. П. Новікова, Д. Вуда, А. Хефлігера. Важливий внесок до теорії шарувань зроблений також такими відомими математиками як: І. Тамура, В. Терстон, Д. Джонсон, Л. Вітт, Д. Сулліван, П. Моліно, О. А. Борисенко та багатьма іншими.

В дисертаційній роботі розглядаються одновимірні шарування на некомпактних двовимірних поверхнях з некомпактними замкнутими шарами. Згідно теореми А. Хефлігера на некомпактних многовидах завжди існують шарування корозмірності 1. Властивості C^0 шарувань на площині вивчалися в середині ХХ ст. В. Капланом, Х. Вітней. У своїх роботах С. І. Максименко та Є. О. Полулях розглядали шарування на некомпактних поверхнях, у яких кожен шар є некомпактною замкнутою підмножиною. Вони показали, що шарування з некомпактними замкнутими шарами на некомпактній поверхні можна склеїти із смуг тоді і лише тоді, коли сім'я його нерегулярних шарів є локально скінченною. Такі поверхні було названо смугастими.

Цікавим і актуальним є розгляд питання про гомотопічний тип груп пошарових гомеоморфізмів смугастих поверхонь. Одним із основних завдань дисертаційної роботи є дослідження алгебраїчної структури фактор-групи всіх гомеоморфізмів шарувань по підгрупі, що складається з гомеоморфізмів ізотопних тотожному відображенню.

Із сказаного вище видно, що тема дисертації Ю. Ю. Сороки «Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях» є актуальною.

Дисертація складається з анотації, вступу, 4 розділів, списку використаних джерел та додатку.

Вступ містить інформацію про актуальність теми, історичні відомості, мету, завдання та новизну дослідження, формулювання основних результатів дисертації та інші нормативні відомості про дисертацію.

В першому розділі автор наводить основні означення та допоміжні твердження.

В другому розділі вводиться поняття смуги — підмножини $\mathbb{R} \times [0; 1]$, межа якої складається зі зліченної кількості відкритих інтервалів, що попарно не перетинаються. Дисертант формулює ряд технічних лем та тверджень про властивості смуг. Зокрема, що кожен гомеоморфізм межі смуги можна продовжити до гомеоморфізма усієї смуги. Також в підрозділі 2.4 введено поняття смугастого атласу, який визначає розбиття поверхні на смуги.

В третьому розділі дисертаційної роботи розглядаються смугасті поверхні — некомпактні поверхні на яких визначений смугастий атлас. Для них досліджується питання про гомотопічний тип груп гомеоморфізмів поверхонь, що переводить шар шарування в шар (так званих пошарових гомеоморфізмів). В теоремі 3.1.3.1 встановлено необхідні та достатні умови еквівалентності смугастих атласів. Для цього будується граф G , який пов'язаний зі смугастим атласом і наділений комбінаторною інформацією про склеювання смуг. В підрозділі 3.3 автор розглядає групу гомеотопій $\pi_0 H(\Delta)$ — множину компонент зв'язності групи $H(\Delta)$ відносно компактно-відкритої топології і доводить ізоморфізм групи $\pi_0 H(\Delta)$ та групи $Aut(G)$. Підрозділи 3.4, 3.5 містять детальніше дослідження груп пошарових гомеоморфізмів, що зберігають орієнтацію шарів, для спеціального класу смугастих поверхонь, введеного в підрозділі 3.4.1 (граф смугастого атласу поверхні є кореневим деревом скінченного діаметру). Автором описано алгебраїчну структуру класу груп гомеотопій шарувань на таких смугастих поверхнях та зв'язок з групами гомеотопій їх просторів шарів.

Четвертий розділ присвячений дослідженню питання топологічної та пошарової еквівалентності функцій. Дисертантом розглядаються псевдогармонічні функції $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ загального положення зі скінченим числом сингулярних точок. Компоненти зв'язності множин ліній рівня цих функцій визначають на площині сингулярне шарування. Для встановлення топологічної та пошарової еквівалентності цих функцій використовуються графи Кронрода-Ріба з додатковою інформацією — навантажені та слабо навантажені графи Кронрода-Ріба (теорема 4.4.3.1).

На мій погляд основні результати дисертації повністю збігаються з поставленими до дисертації завданнями, а саме:

- отримано необхідні та достатні умови еквівалентності атласів смугастої поверхні;
- для атласу смугастої поверхні визначено граф, що описує інформацію про склеювання цієї поверхні зі смуг, та встановлено ізоморфізм між групою гомеотопій її канонічного шарування та групою автоморфізмів графа атласу;
- описано алгебраїчну структуру класу груп гомеотопій канонічних шарувань кореневоподібних смугастих поверхонь;
- встановлено зв'язок між групами гомеотопій канонічних шарувань кореневоподібних смугастих поверхонь та групами гомеотопій їх просторів шарів;

— отримано необхідні та достатні умови пошарової та топологічної еквівалентностей двох псевдогармонічних функцій загального положення на площині, множини ліній рівня яких утворюють сингулярне шарування зі скінченим числом особливостей і простір шарів яких є гаусдорфовим.

Зауваження до тексту дисертації:

- (1) Для повноти опису можна було б привести інформацію про класифікацію некомпактних поверхонь та розглянути питання існування смугастих структур на поверхнях,
- (2) Текст роботи містить ряд описок (ст. 3 «так званий смугастим атлас», треба «так званий смугастий атлас», ст. 56 автор називає гомеоморфізми «пошаровними», хоча перед цим і на далі використовує термін «пошарові», ст.98 «скінчене», замість «скінченне»), та інші на які автору було вказано усно.

Незважаючи на висловлені вище зауваження, дисертаційна робота Сороки Юлії Юріївни «Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях» є завершеною науковою роботою, яку написано на високому науковому рівні.

Результати дисертації Ю. Ю. Сороки опубліковано у 5 фахових наукових виданнях, три з яких входять до наукометричних баз даних Web of Science та Scopus, а також у 6 збірниках праць конференцій та шкіл.

Автореферат правильно і повно відображає зміст дисертації.

Всі наукові результати дисертації Ю. Ю. Сороки є новими, наведені твердження чітко сформульовані та супроводжуються доведеннями, які не викликають сумніву. Дисертація добре проілюстрована.

Вважаю, що дисертаційна робота Ю. Ю. Сороки «Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях» задовольняє всім вимогам пп. 9, 11, 12-14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами, внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року та № 1159 від 30 грудня 2015 року), щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Юлія Юріївна Сорока заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.04 – геометрія та топологія.

Офіційний опонент

старший науковий співробітник
відділу диференціальних рівнянь та геометрії
Фізико-технічний інститут низьких температур
ім. Б. І. Веркіна НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

Кандидат наук з спеціальності:
Фізико-математичні науки
серія: Фізико-математичні науки
2006.03 26.04.108,
Артемишин О.В.



Д. В. Болотов