

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Сороки Юлії Юріївни

«Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях»

подану на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.04 – геометрія та топологія

Актуальність теми дисертації

Дисертаційну роботу Ю. Ю. Сороки присвячено дослідженню гомотопічного типу групи автоморфізмів несингулярних шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях та автоморфізмам сингулярних шарувань зі скінченним числом особливих точок.

При вивченні функцій на поверхнях актуальним є питання коли дві функції однакові з точністю до топологічної еквівалентності. Класифікація різних функцій на компактних поверхнях досліджувалася в роботах багатьох математиків: А. Т. Фоменка і А. В. Болсінова, А. А. Ошемкова, В. В. Шарка, О. О. Пришляка, С. І. Максименка, Є. О. Полуляха. Таким чином, вивченням функцій на компактних поверхнях займалися багато математиків, використовуючи різні інваріанти, і отримані значні результати. В свою чергу випадок розгляду функцій на некомпактних поверхнях є менш дослідженим і тому залишається актуальним. Однією із задач дисертаційної роботи є встановлення необхідних та достатніх умов топологічної еквівалентності псевдогармонічних функцій загального положення зі скінченним числом сингулярних точок.

Питання топологічної класифікації функцій також пов'язане з дослідженням шарувань, утворених розбиттям поверхні компонентами зв'язності множин їх ліній рівня. Теорія шарувань має широке застосування у різних областях математики таких, як оптимальна теорія керувань, теорія динамічних систем. Вивченням властивостей шарувань на площині займалися В. Каплан, Х. Вітней. Дж. Дженкінс і М. Морс розширили ці результати у випадку шарувань з ізольованими особливостями, розглядаючи лінії рівня гармонічних та псевдогармонічних функцій.

Також у своїх роботах С. І. Максименко, Є. О. Полулях досліджували шарування на довільних некомпактних поверхнях, склеєних з не більше ніж зліченного числа смуг вздовж відкритих інтервалів. Ними введені поняття смуги та смугастої поверхні і встановлено, що компоненти зв'язності груп пошарових гомеоморфізмів смугастих поверхонь (за виключенням двох

випадків) є стягуваними. Залишалось відкритим питання про алгебраїчну структуру фактор-групи всіх гомеоморфізмів шарувань по підгрупі, що складається з гомеоморфізмів ізотопних тотожному відображенню. Одним із основних результатів дисертаційної роботи є саме розгляд даного питання.

Таким чином, тема дисертації Ю. Ю. Сороки «Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях» є актуальною.

Зміст роботи

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, списку використаних джерел та додатку.

Вступ містить огляд літератури за темою дисертації, формулювання актуальності дослідження та інші технічні атрибути дисертації.

У Розділі 1 дисертант наводить допоміжні теоретичні відомості, що використовуються в інших розділах дисертаційної роботи: поняття шарування та простору-шарів, поняття топологічної еквівалентності функцій, простору Кронрода-Ріба, поняття групи гомеотопій $\pi_0 N(\Delta)$, що є фактор-групою всіх гомеоморфізмів шарувань по підгрупі, що складається з гомеоморфізмів ізотопних в цій групі тотожному відображенню.

У Розділі 2 автором вводиться означення поняття смуги, модельної смуги та смугастого атласу, який визначає розбиття шарування на двовимірному многовиді на смуги, та смугастої поверхні (поверхні наділеної смугастим атласом). Підрозділи 2.2, 2.3 містять доведення технічних тверджень про смуги: кожна смуга пошарово гомеоморфна модельній смузі (твердження 2.1.0.2), а також, що кожен монотонний гомеоморфізм межі смуги продовжується до пошарового гомеоморфізму всієї смуги (теорема 2.1.1.1).

Для смугастих атласів на некомпактних двовимірних многовидах в підрозділі 3.1 введено комбінаторний об'єкт – граф смугастого атласу G , наділений інформацією щодо склейок смуг, та наведено приклади груп автоморфізмів графів деяких смугастих атласів. Також доведено теорему, що кожна еквівалентність смугастих атласів індукує ізоморфізм графів і навпаки (теорема 3.1.3.1). В підрозділах 3.3 - 3.6 автор розглядає групу усіх пошарових гомеоморфізмів $N(\Delta)$ зв'язної смугастої поверхні з шаруванням Δ , і формулює один із основних результатів про ізоморфізм групи гомеотопій $\pi_0 N(\Delta)$ та групи автоморфізмів графів смугастого атласу $\text{Aut}(G)$.

Для деякого класу смугастих атласів, графи яких є кореневими деревами, доведено теорему про алгебраїчну структуру груп гомеотопій канонічних шарувань атласів цього класу (теорема 3.4.2.3). В наступній теоремі 3.5.2.4 автор вивчає простір шарів смугастих поверхонь, показує зв'язок груп

гомеотопій шарувань таких поверхонь та їх просторів шарів.

Четвертий розділ дисертаційної роботи присвячений дослідженню питання топологічної еквівалентності функцій, розглядається клас псевдогармонічних функцій загального положення на площині, які мають скінченну кількість особливих точок, простори шарів яких гаусдорфові. Для даного класу функцій розбиття площини на компоненти зв'язності множин ліній рівня функції задає шарування з особливостями. В підрозділі 4.3 будуються інваріанти для встановлення еквівалентності – навантажені і слабо навантажені графи Кронрода-Ріба. Підрозділ 4.4 містить доведення теореми 4.4.3.1 щодо топологічної еквівалентності та пошарової еквівалентності функцій цього класу.

Основні результати.

На мій погляд основні результати дисертаційної роботи Ю. Ю. Сороки полягають у наступному:

- отримано необхідні та достатні умови еквівалентності атласів смугастої поверхні;
- для атласу смугастої поверхні визначено граф, що описує інформацію про склеювання цієї поверхні зі смуг, та встановлено ізоморфізм між групою гомеотопій її канонічного шарування та групою автоморфізмів графа атласу;
- описано алгебраїчну структуру класу груп гомеотопій канонічних шарувань кореневоподібних смугастих поверхонь;
- встановлено зв'язок між групами гомеотопій канонічних шарувань кореневоподібних смугастих поверхонь та групами гомеотопій їх просторів шарів;
- отримано необхідні та достатні умови пошарової та топологічної еквівалентностей двох псевдогармонічних функцій загального положення на площині, множини ліній рівня яких утворюють сингулярне шарування зі скінченним числом особливостей і простір шарів яких є гаусдорфовим.

Обґрунтування отриманих результатів.

Результати дисертації містяться в теоремах, твердженнях та лемах, що строго доведені. Дисертація добре проілюстрована.

Зауваження.

До дисертаційної роботи Ю. Ю. Сороки «Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях» можна висловити деякі побажання і зауваження, а саме:

1. Оглядовий підрозділ 1.4. «Вінцеві добутки» краще було б розширити більшою кількістю прикладів.

2. Для цілісності підрозділу 4.1 «Топологічна еквівалентність функцій до проєкції \mathbb{R}^2 на пряму» та кращої його логічної побудови, вважаю доцільнішим перенести підрозділ 1.2 в розділ 4 дисертаційної роботи.

3. Текст роботи містить ряд помилок друкарського характеру, наприклад: ст. 15 «зліченого», замість «зліченного», ст. 23 у прикладі 1.1.1.4 «скрізь щільний», краще замінити на «всюди щільний», ст. 39 у формулюванні леми 2.3.0.1 «однакові впорядковані», замінити на «однаково впорядковані», ст. 53 «самоеквіваленція», замість «самоеквівалентності», ст. 95. «слідуює», краще писати «впливає».

4. В деяких місцях в тексті є опущеними певні розділові знаки, на які автору було вказано усно.

Наведені результати мають редакторський характер і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації.

Викладення результатів в опублікованих працях та авторефераті.

Незважаючи на висловлені вище зауваження, дисертаційна робота Сороки Юлії Юріївни «Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях» є завершеною науковою роботою, яку написано на високому науковому рівні.

Основні результати дисертації Ю. Ю. Сороки опубліковано у 11 наукових працях, серед яких 5 статей у фахових наукових виданнях, 3 з них – у виданнях, що входять до наукометричних баз даних Web of Science та Scopus, та 6 тез і матеріалів міжнародних наукових конференцій та шкіл.

Результати дисертації Ю. Ю. Сороки доповідались на семінарах лабораторії топології Інституту математики НАН України, кафедри геометрії, топології та динамічних систем Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Автореферат правильно і повно відображає зміст дисертації.

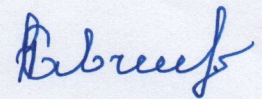
Висновки.

Всі наукові результати дисертації Ю. Ю. Сороки є новими, строго обґрунтованими і сформульовані у вигляді теорем, доведення яких не викликає сумнівів. Наукові результати є оригінальними і можуть отримати розвиток у подальших дослідженнях.

Вважаю, що дисертаційна робота Ю. Ю. Сороки «Автоморфізми шарувань на двовимірних некомпактних поверхнях» задовольняє всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами, внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року та № 1159 від 30 грудня 2015 року), щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Юлія Юріївна Сорока заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.04 – геометрія та топологія.

Офіційний опонент

професор кафедри прикладної математики та економічної кібернетики економічного факультету ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет» доктор фізико-математичних наук, професор



О. Г. Савченко

Лідер кафедри математики О. Г. Савченко
засвідчено *О. В. Верина*

*Надійшов
вектор ради
секретар ради*



спеціалізованої

Канцелярія

25.04.2015р.

1 Артемчук Г. Я.