

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Парфінович Наталії Вікторівни

„Сплайни в екстремальних задачах теорії наближень, нерівності для похідних та їх застосування“,

подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.01 – математичний аналіз

1. Актуальність теми дослідження. Дисертація присвячена поперечникам типу Колмогорова та Коновалова та нерівностям для похідних типу Колмогорова та Коновалова. Всі ці чотири напрями є в центрі уваги теорії наближень, і їм присв'ячені десятки робіт видатних математиків, які здобули міжнародне визнання саме завдяки роботам у вказаних напрямках. Поза сумнівом, ці напрями є актуальними, і такими будуть довго.

2. Зміст та наукова новизна результатів. Дисертація складається з анотації, вступу, п'яти розділів, висновків, додатку, списку використаних джерел, що містить 303 найменування. Повний обсяг роботи становить 330 сторінок.

Основний зміст роботи складають п'ять розділів. Перші підрозділи кожного розділу є допоміжними і, по суті, відіграють роль вступів до відповідних розділів. Вони містять огляд відомих результатів за напрямком даного розділу, основні позначення, відкриті питання.

У перших двох розділах дисертаційної роботи викладені питання, що стосуються дослідження певних лінійних многовидів $H_n \subset X$ у контексті реалізації ними колмогоровських поперечників

$$d_n(M, X) = \inf_{H_n} \sup_{f \in M} \inf_{h \in H_n} \|f - h\|_X, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (1)$$

множини $M \subset X$ із простору X .

У першому розділі автор роботи вказує низку нових екстремальних підпросторів (у сенсі точних значень) для поперечників $d_{2n}(W_p^r, L_1)$, $1 \leq p \leq \infty$, і $d_{2n}(W^r H^\omega, L_1)$ класів Соболева W_p^r і, відповідно, Гельдера $W^r H^\omega$ періодичних функцій. Ними виявились підпростори $S_{2n,m}^2$ сплайнів порядку $m \geq r$ дефекту 2 з рівновіддаленими вузлами і підпростори $S_{2n,m}^1(h)$, $h \in \left(0, \frac{2\pi}{n}\right)$, сплайнів порядку $m \geq r + 1$ дефекту 1 з вузлами в точках $\frac{2k\pi}{n}$ і $\frac{2k\pi}{n} + h$, $k \in \mathbb{Z}$. Відзначимо, що до терерішнього часу було відомо лише, що вказані поперчники реалізують підпростори тригонометричних поліномів порядку $n - 1$ і сплайнів $S_{2n,m}^1$ мінімального дефекту з рівновіддаленими вузлами.

При цьому в роботі знайдено точні значення найкращих наближень у L_1 підпросторами $S_{2n,m}^2$ і $S_{2n,m}^1(h)$ класів W_p^r і $W^r H^\omega$, а також більш загальних по відношенню до W_p^r функціональних класів (див. теореми 1.2.2, 1.2.3, 1.3.2, 1.3.3.). Відзначимо, що ці результати є важливими та цікавими і поза контекстом дослідження колмогоровських поперечників. На мій погляд, важливим досягненням цього розділу є також встановлення нових екстремальних співвідношень (аналогів відомих нерівностей Бора-Фавара), завдяки яким були одержані оцінки зверху для величин найкращого наближення розглядуваних класів підпросторами $S_{2n,m}^2$ і $S_{2n,m}^1(h)$. Відзначу також, що ці результати мають самостійне значення і можуть бути застосовані у розв'язанні інших задач теорії апроксимації.

У *другому розділі* замість соболевських класів, які є згортками 2π -періодичних функцій з ядрами Бернуллі, розглядаються класи згорток з довільними CVD -ядрами. Відповідно узагальнюється і апарат наближення – у ролі наближаючих підпросторів виступають підпростори згорток сплайнів $S_{2n,m}^2$ або $S_{2n,m}^1(h)$ з CVD -ядрами. Знайдено точні значення найкращих наближень класів $K * F$, де $K \in CVD$, F – довільна перестановочно-інваріантна множина 2π -періодичних функцій підпросторами $K * S_{2n,m}^2$ і $K * S_{2n,m}^1(h)$, при цьому наближення розглядаються як в симетричній, так і в несиметричній метриках. Показано, що ці підпростори разом з підпросторами $K * S_{2n,m}^1$ і підпросторами тригонометричних поліномів T_{2n-1} є екстремальними для поперечників за Колмогоровим $d_{2n}(K * F, L_1)$.

У *третьому розділі* розглядається питання про можливість сплайнів відіграти роль екстремальних підпросторів поперечників Коновалова.

$$d_n(W_p^r, L_p, W_p^r) = \inf_{H_n} \sup_{f \in M} \inf_{h \in H_n \cap W_p^r} \|f - h\|_p. \quad (2)$$

З результатів В. Ф. Бабенка відомо, що при $p = 1, \infty$ підпростори $S_{2n,r}^1$ є екстремальними для (2) у сенсі порядкових рівностей. В розділі знайдено порядкові рівності при $n \rightarrow \infty$ найкращих L_q -наближень класів W_p^r ($1 \leq p \leq q \leq 2$) множинами $S_{2n,r}^1 \cap W_p^r$. Завдяки цьому спростовано гіпотезу про те, що послідовність підпросторів $\{S_{2n,r}^1\}$ є екстремальною за порядком для поперечників $d_{2n}(W_2^r, L_2, W_2^r)$ при $r = 3, 4, \dots$

Четвертий і п'ятий розділи дисертації містять результати, що стосуються точних нерівностей типу Колмогорова та, відповідно, Коновалова для норм дробових похідних. Виклад матеріалу ведеться через взаємозв'язок (і це є однією з переваг даної роботи) цих задач з важливими задачами теорії апроксимації: задачею Стечкіна про наближення необмеженого оператора

обмеженими і задачею оптимального відновлення необмеженого оператора на класі Q у припущенні, що елементи Q задані з похибкою.

У *четвертому розділі* отримано нові непокрещувані нерівності для норм дробових похідних за Маршо двічі диференційовних функцій, визначених на \mathbb{R} , які оцінюють L_∞ -норму похідної порядку $0 < \alpha < 2$, $\alpha \neq 1$, через L_∞ -норму самої функції і L_s -норму ($1 \leq s \leq \infty$) її другої похідної. Аналогічні, а також деякі інші, нерівності одержані для норм дробових похідних за Адамаром функцій, визначених на дійсній півосі.

У *п'ятому розділі* отримано нові точні нерівності типу Колмогорова, що оцінюють норми мішаних дробових похідних за Маршо функцій багатьох змінних з гельдерових просторів. Одержано також нерівності, що оцінюють L_∞ -норму похідної Рісса D^α функції багатьох змінних через L_∞ -норму самої функції та L_s -норму ($1 \leq s \leq \infty$) її градієнта (у випадку $0 < \alpha < 1$) або L_s -норму ($1 \leq s \leq \infty$) її лапласіана (у випадку $0 < \alpha < 2$).

Одержані результати застосовано до розв'язання задачі наближення необмежених операторів дробового диференціювання обмеженими і задачі оптимального відновлення цих операторів на відповідних класах функцій.

3. Обґрунтованість та достовірність результатів дисертації. Дисертаційна робота Н. В. Парфінович виконана на високому науковому рівні. Результати роботи є новими і супроводжуються правильними і повними доведеннями, отже, є достовірними і строго обґрунтованими. Викладення положень дисертації виконано логічно і послідовно з дотриманням всіх стандартів сучасної наукової літератури.

4. Публікації та апробація результатів. Результати дисертаційної роботи опубліковано у 22 журнальних статтях, що відповідають вимогам до публікації результатів дисертаційних робіт у фахових виданнях із фізико-математичних наук, 13 із них надруковані у виданнях, внесених до міжнародних наукометричних баз Web of Science, Scopus. Результати дисертації неодноразово доповідались на фахових наукових семінарах у провідних наукових центрах України та за її межами, а також пройшли апробацію на багатьох українських та закордонних конференціях.

Автореферат правильно відображає зміст дисертаційної роботи.

5. Практичне значення результатів. Дисертаційна робота Парфінович Наталії Вікторівни є завершеною науковою працею, в якій отримано нові, науково обґрунтовані результати теоретичного характеру. Результати і методи дисертаційної роботи можуть знайти подальше застосування у розв'язанні екстремальних задач теорії наближень і мають певне значення для розвитку аналізу в цілому.

6. Зауваження та побажання.

1. Не досліджена екстремальність простору сплайнів дефекту більше 2.
2. На мою думку, час відмовитись від терміну "відносний поперечник" на користь "поперечник Коновалова".
3. Як і відзначено автором у зауваженні 1.2.1, нерівність (1.22) має самостійне значення, крім того, вона супроводжується доволі складним доведенням, тому, на мою думку, (1.22), а також, можливо, деякі інші інтегральні співвідношення для перестановок і Σ -перестановок варто було б сформулювати у вигляді окремих тверджень.
4. На сторінках 46, 98, 268, 271 зустрічаються дрібні неточності, які легко усуваються, і на які вказано автору.

Проте наведені зауваження не зменшують цінності викладених у роботі результатів і не впливають на сприйняття її змісту.

7. Висновок. Вважаю, що дисертаційна робота „Сплайни в екстремальних задачах теорії наближень, нерівності для похідних та їх застосування“ задовольняє вимоги пп. 9, 10, 12–14 „Порядку присудження наукових ступенів“, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами і доповненнями, внесеними згідно з постановами КМУ № 656 від 19.08.2015 р., № 1159 від 30.12.2015 р., № 567 від 27.07.2016 р. та наказом МОН України від 12.01.2017 р.) щодо докторських дисертацій, а її автор, Парфінович Наталія Вікторівна, заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Завідувач кафедри математичного аналізу
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка,
д.ф.-м.н., проф.



І. О. Шевчук

Надійшов до секретаріату
вченої ради 20.06.2018 р.
секретарь ради М-1 Фрісмангенко М.Я.



ПІСЛИС
ВЧЕНИЙ
КАРАУ

07.

