

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Власик Ганни Миколаївни

"Оцінки норм тригонометричних поліномів і поперечники класів
 (ψ, β) -диференційовних функцій",

поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних
наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Починаючи з 30-х років минулого століття, у теорії наближення набуває потужного розвитку напрям, пов'язаний з дослідженням апроксимативних характеристик класів періодичних функцій. Задачі апроксимаційного змісту у багатьох випадках стосуються знаходження точного значення чи оцінки точної верхньої межі похибки наближення заданим методом на фіксованому класі функцій, що визначається диференціально-різницеvими та структурними властивостями його елементів.

В останні десятиліття значно зросла зацікавленість до дослідження апроксимативних властивостей функціональних класів $L_{\beta,p}^{\psi}$, які були запроваджені О.І. Степанцем у 1983 році і стали узагальненнями класів Вейля-Надя $W_{p,\beta}^r$. Введена класифікація охоплює весь спектр сумовних (неперервних) періодичних функцій і, у той же час, дозволяє враховувати більш тонкі властивості кожної окремої функції. При цьому зберігається наступність, у тому розумінні, що класи $L_{\beta,p}^{\psi}$ при фіксованих значеннях параметрів, що їх визначають, співпадають з класами $W_{p,\beta}^r$.

Дисертаційну роботу присвячено дослідженню деяких екстремальних задач теорії наближень. Зокрема, розглядаються властивості тригонометричних поліномів з довільним вибором гармонік стосовно двох питань: перше пов'язане з відомою проблемою Літлвуда стосовно оцінки норми ядер типу

Діріхле з найкращим вибором гармонік, а друге стосується нерівностей для норми похідної тригонометричного поліному, які називають нерівностями ти-



Підпис Чайченка С. О. засвідчую
Начальник відділу кадрів

Є. С. Сілін

пу Бернштейна-Нікольського. Також значну увагу приділено дослідженню поведінки колмогоровських та ортопроекційних поперечників класів $L_{\beta,p}^{\psi}$ у просторі L_q для різних співвідношень між параметрами p і q .

Дисертація складається з анотації, змісту, переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, висновків, а також списку використаних джерел, що містить 101 найменування. Повний обсяг дисертації становить 125 сторінок.

У вступі висвітлено актуальність обраної теми, вказано мету, завдання та методи дослідження, представлено наукову новизну і цінність отриманих результатів, апробацію результатів та особистий внесок здобувача.

Перший розділ дисертації присвячено огляду літератури за її темою. Тут висвітлено основні етапи доведення як самої гіпотези Літлвуда, так і її узагальнення — оцінки L_q -норм r -похідних ядер типу Діріхле з найкращим вибором гармонік. Також наведено детальний огляд літератури стосовно досліджень, пов'язаних з отриманням нерівностей типу Бернштейна-Нікольського та знаходженням оцінок колмогоровських та ортопроекційних поперечників.

У другому розділі досліджується питання, пов'язане з проблемою Літлвуда, а саме: чи може ядро типу Діріхле з довільним вибором гармонік мати кращі узагальнено-диференціальні властивості, ніж класичне ядро Діріхле? Відповідь на це запитання дає теорема 2.4 (яку слід вважати ключовим результатом другого розділу), у якій встановлено точну за порядком оцінку величини $L_m(\psi, q)$, $2 < q < \infty$, і при цьому виявлено, що ця величина при певних умовах на послідовність ψ відрізняється за порядком від L_q -норми ψ -похідної ядра Діріхле.

Третій розділ присвячено дослідженню нерівностей типу Бернштейна-Нікольського для тригонометричних поліномів з довільним вибором гармонік і, зокрема, для звичайних тригонометричних поліномів. Зі встановлених у теоремах 3.1 і 3.2 результатів випливає, що при виконанні певних умов на



Підпис Чайченка С. О. засвідчую
Начальник відділу кадрів

Є. С. Сілін

послідовності ψ величини $T_m(\psi, q, p)$ і $\sup_{t \in T(m)} \|t^\psi\|_q / \|t\|_p$ співпадають за порядком.

У четвертому розділі встановлюються точні за порядком оцінки колмогоровських та ортопроекційних поперечників класів $L_{\beta,p}^\psi$ періодичних функцій у просторі L_q . З результатів, встановлених у теоремі 4.1, випливає, що порядки колмогоровських поперечників $d_m(L_{\beta,p}^\psi, L_q)$ не реалізуються підпросторами тригонометричних поліномів $T(m)$ на відміну від ортопроекційних поперечників $d_m^\perp(L_{\beta,p}^\psi, L_p)$ (теорема 4.2), порядки яких реалізуються частинними сумами Фур'є функцій з класів $L_{\beta,p}^\psi$. Крім цього, одержано також точні за порядком оцінки величини $d_m^B(L_{\beta,p}^\psi, L_p)$, яка, у певному сенсі, є близькою до ортопроекційного поперечника. У теоремах 4.2 – 4.5 доведено, що у всіх розглянутих випадках порядки величин $d_m^B(L_{\beta,p}^\psi, L_p)$ і $d_m^\perp(L_{\beta,p}^\psi, L_p)$ співпадають і реалізуються частинними сумами Фур'є функцій класів $L_{\beta,p}^\psi$.

Теоретичне та практичне значення одержаних результатів. Дисертаційна робота носить теоретичний характер, разом з тим її результати та методика їх отримання можуть бути використані при подальшому вивченні питань математичного аналізу та теорії наближення функцій.

Ступінь обґрунтованості та достовірності наукових положень і висновків дисертації. Усі результати, що виносяться на захист, є новими, строго математично обґрунтованими. Доведення теорем повні і коректні. Висновки до розділів, а також загальні висновки до дисертації відповідають її змісту.

Повнота викладу результатів дисертації в опублікованих працях. Результати дисертаційної роботи Г.М. Власик доповідались та обговорювались на багатьох наукових семінарах та конференціях, були опубліковані в шести статтях (без співавторів) у наукових виданнях, внесених до переліку фахових видань з фізико-математичних наук (дві з яких надруковано у ви-



Підпис Чайченка С. О. засвідчую
Начальник відділу кадрів

Є. С. Сілін

данні, внесеному до міжнародних наукометричних баз) і семи тезах доповідей на міжнародних наукових конференціях.

Автореферат дисертації повно і правильно відображає її зміст. У дисертації і авторефераті чітко визначено особистий внесок дисертанта. Дисертація відповідає вимогам МОН України щодо кількості публікацій за темою дисертації у фахових виданнях, а також встановленим вимогам щодо обсягу та оформлення дисертаційних робіт.

Стосовно даної дисертаційної роботи є декілька зауважень, а саме:

1. У переліку умовних позначень деякі величини не визначені і не мають посилань на сторінки, де наведено відповідні означення.
2. На стор. 16, 4 рядок знизу, термін "точна верхня грань" є некоректним: потрібно використовувати термін "верхня грань" або "точна верхня межа".
3. Визначення множин $\rho(s)$, $T(m)$, $T^*(m)$ дублюється в тексті в багатьох місцях: стор. 13 (перелік умовних позначень), стор. 16, 30, 31, 41, 65, 66, 82, 106, що на мою думку є зайвим.
4. У твердженні Є (стор. 43) остання нерівність повинна мати вигляд $\|F\|_q \leq C(q)\|f\|_q$.
5. Величина $\delta_s(f; x)$, визначена рівністю (2.6), не залежить від f .
6. Міркування на стор. 68 і стор. 71 фактично дублюють відповідні міркування на стор. 56, а доведення оцінки (3.11) фактично повторює доведення нерівності (2.29).
7. У доведенні теореми 3.2 на стор 72 не визначено вигляд поліному $f_{s,m}^*$, який використовується при отриманні оцінки знизу.

8. У тексті наявні посилання на твердження з праць, опублікованих у вигляді препринтів, зокрема: Лема Д [57] на стор. 84; Теорема Л [45]

Підпис Чайченка С. О. засвідчую
Начальник відділу кадрів

Є. С. Сілін

на стор. 95.

9. Висновки до окремих розділів і загальні висновки до дисертації містять опис отриманих результатів з коментарями до них, проте не відображають наукові проблеми, для розв'язання яких вони можуть бути застосовані, а також не вказують на можливі напрями подальших досліджень за тематикою дисертації.
10. У тексті наявні описки та орфографічні помилки, зокрема: стор. 25, 12 рядок знизу, потрібно "101 найменування"; стор. 78, 2 рядок зверху, потрібно "Нікольського"; стор. 95, 10 рядок знизу, потрібно $1 < p \leq 2 < q < \infty$; стор. 95, 7 рядок знизу, потрібно $2 \leq p < q < \infty$; помилки, спричинені автоматичним переносом слів (стор. 16, 27, та інш.)

Висновки. Наведені зауваження переважно мають редакційний характер, не мають принципового значення і не впливають на загальне цілком позитивне враження від роботи. Виходячи зі сказаного вище, вважаю, що за актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною і науковою цінністю одержаних результатів дисертаційна робота Власик Ганни Миколаївни "Оцінки норм тригонометричних поліномів і поперечники класів (ψ, β) -диференційовних функцій" є завершеним науковим дослідженням і задовольняє вимогам пп. 9, 11–13 "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України №567 від 24.07.2013), щодо кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує присудження наукового ступення кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент

проректор з науково-педагогічної роботи

ДВНЗ "Донбаський державний

педагогічний університет"

доктор фізико-математичних наук, доцент

Підпис Чайченка С. О. засвідчую

Начальник відділу кадрів

Е. С. Сілін



С. О. Чайченко
Надіслав до спеціалізованої
вченої ради 22.06.2019
секретар ради [Signature] 10.05.2019р.
[Signature] [Signature]