

Голові спеціалізованої вченої ради  
Д 26.206.01 Інституту математики НАН  
України

01004, м. Київ, вул. Терещенківська, 3.

## ВІДГУК

офіційного опонента кандидата фізико-математичних наук Мусієнка Андрія Петровича на дисертаційну роботу Власик Ганни Миколаївни на тему: «Оцінки норм тригонометричних поліномів і поперечники класів  $(\psi, \beta)$  – диференційовних функцій», подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 «Математичний аналіз»

Дисертаційна робота присвячена дослідженню важливих екстремальних задач теорії наближень. Зокрема, розглядаються властивості тригонометричних поліномів з довільним вибором гармонік стосовно двох питань: перше пов'язане з відомою проблемою Літлвуда, а друге стосується нерівностей типу Бернштейна – Нікольського. Також значну увагу приділено дослідженню поведінки колмогоровських та ортопроекційних поперечників класів  $L_{\beta, p}^{\psi}$  у просторі  $L_q$  для різних співвідношень між параметрами  $p$  та  $q$ .

Задачі апроксимаційного змісту, що формулюються на класах функцій, у багатьох випадках є задачами, у яких ставиться питання знайти чи оцінити точну верхню грань похибки наближення заданим методом на фіксованому класі функцій.

Питання оптимальної побудови наближаючих поліномів є складовою частиною більш загальної проблеми, сформульованої А. М. Колмогоровим, який запропонував розглядати відхилення фіксованого класу функцій від довільного підпростору заданої розмірності, а потім мінімізувати ці відхилення по всіх таких підпросторах. Відповідна апроксимативна характеристика отримала назву колмогоровський поперечник. Пізніше В. М. Темляковим була

введена ще одна важлива апроксимативна характеристика – ортопроекційний поперечник.

В останні декілька десятиліть значно зросла зацікавленість до дослідження апроксимативних властивостей функціональних класів, які є узагальненнями класів Вейля – Надя  $W_{p,\beta}^r$ .

У 1983 році О. І. Степанцем було введено класи  $L_{\beta,p}^\psi$ , які при фіксованих значеннях параметрів, що їх визначають, співпадають з класами  $W_{p,\beta}^r$ . За допомогою поняття  $(\psi, \beta)$ -похідних вдалося класифікувати весь спектр сумовних (неперервних) періодичних функцій і, в той же час, виділяти більш тонкі властивості кожної окремої функції. Для зазначених класів  $L_{\beta,p}^\psi$  на даний час отримано розв'язки цілої низки задач теорії наближення функцій, які раніше розглядалися на класах Вейля – Надя.

Однак, незважаючи на велику кількість робіт, присвячених дослідженню згаданих вище екстремальних задач, ще залишається низка відкритих питань. Це стосується, зокрема, оцінок  $L_q$ -норм  $\psi$ -похідних ядер типу Діріхле з найкращим вибором гармонік, нерівностей типу Бернштейна – Нікольського для тригонометричних поліномів з довільним вибором гармонік, а також колмогоровських та ортопроекційних поперечників класів  $L_{\beta,p}^\psi$ .

Враховуючи вищевикладене вважаю, що тема дисертаційної роботи є актуальною.

**Основні наукові результати роботи.** Дисертаційна робота Г. М. Власик складається із змісту, переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, висновків, а також списку використаних джерел, що містить 101 найменування. Повний обсяг дисертації становить 125 сторінок, з них список використаних джерел займає 13 сторінок.

**Перший** розділ присвячений огляду наукової літератури за темою дисертації, наведено основні поняття та позначення. Зокрема, у підрозділі 1.1 розглядається питання, яке пов'язане з відомою проблемою Літлвуда. Тут висвітлено основні етапи в доведенні як самої гіпотези Літлвуда, так і її узагальнення – оцінки  $L_q$ -норм  $r$ -похідних ядер типу Діріхле з найкращим

вибором гармонік. У підрозділі 1.2 наведено детальний огляд літератури щодо історії дослідження нерівностей типу Бернштейна – Нікольського для тригонометричних поліномів з довільним вибором гармонік. Підрозділ 1.3 стосується історії дослідження колмогоровських та ортопроекційних поперечників.

У другому розділі досліджується питання, пов'язане з проблемою Літтлвуда, а саме: чи може ядро типу Діріхле з довільним вибором гармонік мати кращі узагальнено-диференціальні властивості, ніж класичне ядро Діріхле? Перший підрозділ носить допоміжний характер. Тут формулюється постановка задачі, наводяться необхідні означення і позначення та ряд тверджень, які використовуються для отримання результатів наступних підрозділів. У другому підрозділі встановлюються точні за порядком оцінки  $L_q$ -норм  $\psi$ -похідних ядер Діріхле при  $1 < q < \infty$ . Третій підрозділ присвячено дослідженню  $L_q$ -норм  $\psi$ -похідних ядер типу Діріхле з найкращим вибором гармонік і порівнянню отриманих результатів із оцінками  $L_q$ -норм  $\psi$ -похідних ядер Діріхле. У цьому ж підрозділі показано, що при  $2 < q < \infty$  і певних умовах на послідовність  $\psi$   $L_q$ -норм  $\psi$ -похідних ядер Діріхле і ядер типу Діріхле з найкращим вибором гармонік відрізняються за порядком.

**Третій** розділ дисертаційної роботи присвячено нерівностям типу Бернштейна – Нікольського для тригонометричних поліномів з довільним вибором гармонік. Підрозділ 3.1 носить допоміжний характер. У підрозділі 3.2 встановлюються точні за порядком нерівності типу Бернштейна – Нікольського для тригонометричних поліномів зі звичайним вибором гармонік. Підрозділ 3.3 присвячено отриманню точних за порядком нерівностей типу Бернштейна – Нікольського для тригонометричних поліномів з довільним вибором гармонік.

У четвертому розділі встановлюються точні за порядком оцінки колмогоровських та ортопроекційних поперечників класів  $L_{\beta,p}^\psi$  у просторі  $L_q$ . Другий підрозділ присвячено відшукуванню точних за порядком оцінок колмогоровських поперечників класів  $L_{\beta,p}^\psi$  у просторі  $L_q$  для деяких

співвідношень між параметрами  $p$  і  $q$  та певних умовах на поведінку послідовностей  $\psi$ , які визначають функціональні класи  $L_{\beta,p}^\psi$  малої гладкості. У третьому підрозділі встановлюються точні порядкові оцінки ортопроекційних поперечників класів  $L_{\beta,p}^\psi$  у просторі  $L_q$  для деяких співвідношень між параметрами  $p$  і  $q$ .

Однак є ряд зауважень, які стосуються дисертаційної роботи:

1) У підрозділі 2.2 автором встановлюються точні за порядком оцінки  $L_q$ -норм  $\psi$ -похідних ядер Діріхле при  $1 < q < \infty$ . Проте, в дисертаційному дослідженні нічого не зазначається про граничні випадки, тобто, коли  $q = 1$  та  $q = \infty$ .

2) У висновках дисертаційної роботи автор не вказав проблемні питання, які не розкриті повністю під час дослідження. Не показані головні шляхи продовження досліджень з основних проблем, що розглядались у дисертації. Не поставлено завдання з перспективних досліджень допоміжних проблем та тематик, які не могли бути висвітлені в роботі внаслідок обмеженості обсягів досліджень.

3) В дисертаційній роботі автор не зазначив конкретні галузі практичної діяльності та сучасні технологічні процеси, де на практиці можуть бути використані результати дисертаційного дослідження.

- 4) В роботі присутні також дублювання означень та позначень, зокрема:
- стор. 31 величина (1.2) вже була введена на стор. 16;
  - гіпотеза Літлвуда сформульована на сторінках 15, 28, 39;
  - порядкові оцінки (2.2) та (2.3) стор. 40 вже були введені на стор. 29;
  - означення величини  $d_m(F, X)$  вводиться на стор. 32 рівність (1.3) та на стор. 79 рівність (4.1);
  - поняття ортопроекційного поперечника вводиться на стор. 22 та на стор. 80 рівність (4.2);
  - означення величина  $d_m^B(F, L_q)$  вводиться на стор. 22 та на стор. 81 рівність (4.3);
  - співвідношення між величинами  $d_m(F, L_q)$ ,  $d_m^\perp(F, L_q)$ ,  $d_m^B(F, L_q)$  вводяться на стор. 37 нерівності (1.7) та на стор. 81 нерівності (4.4).

Незважаючи на зауваження, одержані в дисертації результати та зроблені в ній висновки є **достовірними та обґрунтованими**. Основні результати дисертації є новими, отримані особисто здобувачем і досить повно викладені та доведені, як в самій роботі, так і у відповідних публікаціях автора. Автореферат об'єктивно відображає основні положення дисертаційної роботи.

Основні результати дисертації носять теоретичний характер і можуть бути застосовані в дослідженнях з теорії наближення функцій.

Виходячи з вказаного, вважаю, що дисертаційна робота Власик Ганни Миколаївни «Оцінки норм тригонометричних поліномів і поперечники класів  $(\psi, \beta)$  – диференційовних функцій» є завершеним науковим дослідженням.

Дисертаційна робота та автореферат задовольняють вимогам пунктів 9, 11, 12 «Порядку присудження наукових ступенів», що висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор **Власик Ганна Миколаївна** заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 «Математичний аналіз».

Офіційний опонент:

асистент кафедри мережевих та інтернет технологій

Київського національного університету імені Тараса Шевченка

кандидат фізико-математичних наук

А.П. Мусієнко

« 7 » травня 2018 року



Кандидат фізико-математичних наук  
Венедикт радч  
секретар радч  
до спеціалізованої  
Канцелярії  
Д 26 206.01  
10.05.2018р.  
Артемченко Ж.Я.