

В І Д Г У К

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Ковальова Івана Михайловича

"Індефінітна проблема моментів Стілт'єса та узагальнені матриці Якобі",

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за

спеціальністю

01.01.01 - математичний аналіз

Дисертаційна робота присвячена дослідженню індефінітної проблеми моментів в узагальнених класах Стілт'єса та перетворень Дарбу узагальнених матриць Якобі. Вивчення класичної проблеми моментів було започатковане в працях П.Л Чебишева, А.А.Маркова, Т. Стілт'єса, Г.Л. Гамбургера, Ф. Хаусдорфа та ін. Зокрема, Т. Стілт'єсом було введено новий клас неперервних дробів, так званих S -дробів, які було застосовано для дослідження проблеми моментів на півосі.

В 70-х роках минулого сторіччя М.Г. Крейном та Г.Лангером було введено узагальнений клас Стілт'єса N_{κ}^{+} та досліджено індефінітну проблему моментів Стілт'єса в класі N_{κ}^{+} , як інтерполяційну проблему.

У 90-х роках у роботах В. Деркача було введено новий узагальнений клас Стілт'єса N_{κ}^k та досліджено індефінітну проблему моментів Стілт'єса в класі N_{κ}^k . В нещодавніх роботах В. Деркача і М. Дерев'ягіна було розвинено покроковий алгоритм розв'язку індефінітної проблеми моментів Гамбургера, який дозволив значно спростити попередні результати М.Г. Крейна, Г.Лангера і Г. Дима, і призвів до введення нового об'єкту - узагальненої матриці Якобі. У зв'язку з цим постало питання про розвиток покрокового алгоритму Шура для індефінітної проблеми моментів Стілт'єса.

Інша проблема, яка вивчається в дисертації, це перетворення Дарбу узагальнених матриць Якобі. Перетворення Дарбу системи різницевих рівнянь було введено В.Б.Матвєєвим та М.А. Салле у 1979 р., при дослідженні ланцюгів Тоди. Вперше перетворення Дарбу монічних матриць Якобі було розглянуто в роботі М. Буено та Ф. Марселана у 2004 році, при деяких додаткових умовах, сформульованих в термінах поліномів першого роду. У випадку, якщо ці умови не виконуються, відповідне перетворення Дарбу, як показано М. Дерев'ягіним та В.О. Деркачем, є узагальненою матрицею Якобі.

В дисертації І.М. Ковальова розглядається проблема факторизації узагальненої матриці Якобі, вводяться поняття її прямого та оберненого перетворення Дарбу і досліджуються їх властивості. Таким чином тема дисертації є безумовно актуальною.

Дисертація складається з анотації (українською та англійською мовами), вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаних джерел.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, вказано зв'язок з науковими програмами, сформульовано мету й завдання досліджень, визначено наукову новизну і практичне значення одержаних результатів, наведено відомості про їх апробацію, установи та організації, де вони доповідались і обговорювалися.

У **першому розділі** наведено історичний огляд літератури, введено низку умовних позначень та термінів, представлені попередні результати з класичної та індефінітної проблем моментів Стілт'єса у класах \mathbf{S} та \mathbf{N}_κ^+ , відповідно, наведено деякі результати з теорії матриць Якобі.

Основний зміст дисертаційної роботи міститься у розділах 2–5.

У **другому розділі** введено новий клас узагальнених дробів Стілт'єса

$$-\frac{1}{zm_1(z) - \frac{1}{l_1(z) - \frac{1}{zm_2(z) - \dots}}}. \quad (1)$$

де $m_j(z)$ і $l_j(z)$ — дійсні поліноми ($j \in \mathbb{N}$). Встановлено, що кожна послідовність дійсних чисел відповідає деякому узагальненому дроби Стілт'єса. Введено новий клас \mathcal{H}^{reg} регулярних послідовностей \mathbf{s} , для яких $l_j(z)$ є константами, та досліджено їх властивості. Для послідовностей \mathbf{s} з класу \mathcal{H}^{reg} знайдено зв'язок між відповідним \mathbf{P} -дробом та узагальненим \mathbf{S} -дробом. Отримано систему різницевих рівнянь, яка відповідає \mathbf{S} -дроби.

У **третьому розділі** розглянуто зрізану парну та непарну індефінітні проблеми моментів Стілт'єса у класі \mathbf{N}_κ^k , асоційовані з послідовністю дійсних чисел \mathbf{s} .

Знайдено критерій розв'язності зрізаної індефінітної проблеми моментів Стілт'єса, розроблено покроковий алгоритм розв'язку цієї проблеми. Введено новий клас узагальнених поліномів Стілт'єса першого та другого роду. В термінах узагальнених поліномів Стілт'єса отримано повний опис розв'язків зрізаної індефінітної проблеми Стілт'єса та знайдено явні формули для резольвентних матриць парної та непарної індефінітних проблем моментів Стілт'єса. Отримано факторизації резольвентних матриць зрізаних індефінітних проблем Стілт'єса.

У **четвертому розділі** застосовано операторний підхід до зрізаної індефінітної проблеми Стілт'єса у класі \mathbf{N}_κ^k . Показано, що кожна індефінітна проблема моментів Стілт'єса відповідає деякій узагальненій матриці Якобі, яка породжує симетричний оператор $A_{[0,N]}$ у просторі Понтрягіна. Знайдено граничні трійки для спряженого лінійного відношення $A_{[0,N]}^{[*]}$, відповідні функцію Вейля та u -резольвентну матрицю М.Г. Крейна. Також отримано критерій невизначеності повної індефінітної проблеми моментів Стілт'єса й отримано опис її розв'язків.

У **п'ятому розділі** вводиться означення перетворення Дарбу узагальненої матриці Якобі \mathfrak{J} . Отримано критерій існування перетворення Дарбу, знайдено явні формули факторизації узагальненої матриці Якобі та вигляд матриць Якобі, які отримано при

перетворенні Дарбу. Досліджено перетворення лінійного функціонала \mathfrak{S} , функції Вейля та поліномів першого та другого роду, що відповідають узагальненій матриці Якобі при перетворенні Дарбу. Розглянуто також перетворення Дарбу з параметром узагальнених матриць Якобі.

До дисертаційної роботи є декілька зауважень, а саме:

- (1) стор. 20, рядок 1 знизу, замість " $(zI_i - J_{[1,i-1]})$ " потрібно написати " $(zI_{i-1} - J_{[1,i-1]})$ ";
- (2) стор. 23, рядок 11 знизу, замість " $P_{2i}^+(z) = b_i$ " потрібно написати " $P_{2i+1}^+(z) = b_i$ ";
- (3) стор. 23, рядок 10 знизу, замість " $Q_{2i}^+(z) = b_i$ " потрібно написати " $Q_{2i+1}^+(z) = b_i$ ";
- (4) стор. 24, рядок 9 зверху, замість " P_{z+1} " потрібно написати " P_{i+1} ";
- (5) стор. 25, рядок 6 знизу, замість " $P_i^{(p)}$ " потрібно написати " $P_i^{(p)}$ ";
- (6) стор. 26, рядок 4 знизу, замість " $P_0^{(d)}$ " потрібно написати " $P_0^{(d)}$ "; замість " $P_i^{(d)}$ " потрібно написати " $P_i^{(d)}$ ";
- (7) стор. 28, рядок 8 знизу, замість " $\{s_j\}_{j=0}^l$ " потрібно написати " $\{s_j\}_{j=0}^\infty$ ";
- (8) стор. 30, рядок 12 знизу, замість " $\frac{s_{2N-1}}{z^{2N}} + o\left(\frac{1}{z^{2N}}\right)$ " потрібно написати " $\frac{s_{2n-1}}{z^{2n}} + o\left(\frac{1}{z^{2n}}\right)$ ";
- (9) стор. 37, рядок 5 зверху, замість "квадратів" потрібно написати "власних значень";
- (10) стор. 44, рядок 1 знизу, і далі, замість "від'ємних квадратів" потрібно написати "від'ємних власних значень";
- (11) стор. 47, рядок 6 знизу, замість " $z\tilde{m}_i(z)$ " потрібно написати " $z\tilde{m}_i(z)d_i$ ";
- (12) стор. 111, рядок 2 знизу, замість " n_j " потрібно написати " $n_j - 1$ ";
- (13) стор. 113, рядок 11 знизу, замість " $f^{[n/n-1]}(z)$ " потрібно написати " $f^{[n-1/n]}(z)$ ";
- (14) стор. 126, рядок 3 знизу, і далі параметр \mathbf{d} виокремлюється з невідомих причин напівжирним шрифтом, хоча це скалярна величина;
- (15) В списку літератури всі джерела наведені англійською мовою, хоча багато з них були спершу опубліковані українською, або російською мовами.

Ці недоліки не є суттєвими і не впливають на загальну оцінку дисертації.

В дисертації отримано низку нових, вагомих і цікавих результатів для теорії індефінітних проблем Стілт'еса та теорії узагальнених матриць Якобі. Результати дисертації чітко сформульовані, строго доведені, вчасно і з належною повнотою опубліковані у фахових виданнях, затверджених МОН України (6 публікацій, з яких 4 у виданнях, що

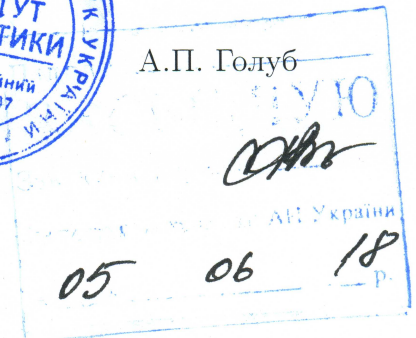
індексуються наукометричною базою Scopus), що забезпечує достовірність основних дисертаційних положень та висновків з них. Автореферат правильно відображає зміст та основні положення дисертації.

На підставі сказаного вважаю, що дисертаційна робота "ІнDEFiнітна проблема моментів Стілт'еса та узагальнені матриці Якобі" задовольняє усі вимоги "Порядку присудження наукових ступенів" щодо робіт, поданих на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор Ковальов Іван Михайлович заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент –
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
провідний науковий співробітник
відділу обчислювальної математики
Інституту математики НАН України



А.П. Голуб



Надійшов до спеціалізованої
вченої ради Кацеллярія
D 26.206.01



05.06.2018р.

Вчений секретар * [Signature] Рошаченко А.С.