

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу, висунуту на здобуття ступені кандидата фізико-математичних наук, Ковальова Івана Михайловича “Індефінітна проблема моментів Стілт’еса та узагальнені матриці Якобі”

Класична проблема моментів Стілт’еса, яка була започаткована в 1894 році, і досі є джерелом нових досліджень та методів у цій галузі функціонального аналізу. Індефінітна проблема моментів бере свій початок в роботах М. Г. Крейна та Х. Лангера, причому її постановка розглядається як інтерполяційна проблема у відповідному класі функцій. Повний опис розв’язків цієї проблеми дається в термінах неперервних S -дробів.

Важливим в проблемі моментів є операторний підхід, який був запропонований М. Г. Крейном. В індефінітному випадку проблеми моментів Стілт’еса такий підхід належить В. О. Деркачу.

Покроковий алгоритм розв’язку індефінітної проблеми Гамбургера привів до узагальнених матриць Якобі (А. Dijkstra, Деревягін М.) Для індефінітної проблеми Стілт’еса питання про покроковий процес залишалось відкритим.

При вивченні нелінійних різницевих рівнянь (ланцюг Тоди) суттєву роль відіграє перетворення Дарбу (В. Б. Матвеев, М. А. Салле). Для монічних матриць Якобі перетворення Дарбу було побудовано в роботах М. Буено та Ф. Марселано, М. Деревягіна та В. О. Деркача. У зв’язку з цим природно вивчити перетворення Дарбу до узагальнених матриць Якобі. Саме цим актуальним напрямком досліджень і присвячена дисертаційна робота І. М. Ковальова.

Метою дисертаційної роботи І. М. Ковальова є

- встановлення відповідності чисел S узагальнених дробів Стілт’еса;
- для невиродженої індефінітної проблеми моментів Стілт’еса знайти критерії розв’язності та вказати покроковий алгоритм розв’язку, а також дати повний опис розв’язків вказаної проблеми;
- знайти відповідний операторний підхід для зрізаної індефінітної проблеми Стілт’еса;
- вказати перетворення Дарбу для узагальнених матриць Якобі.

Дисертаційна робота складається зі вступу, 5 розділів, списку використаних джерел, який включає 89 найменувань.

У вступі обґрунтовано актуальність теми та дано аналіз сучасного стану проблеми, сформульовані мета, завдання дослідження, наукову новизну одержаних результатів, а також подано відомості про апробацію роботи.

Перший розділ присвячений історичному огляду проблеми, якій присвячена дисертаційна робота. Окрім результатів, які отримали попередники за темою дисертації, викладені для подальшого розуміння основні поняття та означення.

В розділі 2 встановлено зв'язки між послідовностями чисел і узагальненим S - дробом та P -дробом, дано також опис різницевих рівнянь, які відповідають S - дробу. До основних результатів цього розділу слід віднести теорему 2.1 (де встановлено, що ланцюговий дріб відповідає асимптотичному ряду за послідовністю S) та теорему 2.6 (де описано розгортання послідовності S в термінах визначників D_μ^+ , $D_{\nu-1}^+$ та вказані явні формули для поліномів, за якими будується P - дріб).

Важливим і змістовним є третій розділ дисертації, в якому наведено опис всіх розв'язків зрізаної індефінітної проблеми моментів в узагальненому класі Стілт'еса. Головним результатом цього розділу слід вважати теорему 3.19, де в термінах необхідних та достатніх умов дано не тільки розв'язність невиродженої проблеми моментів, але й явно описані параметри ланцюгового дробу. Звідси впливає факторизація резольвентної матриці. Побудовані узагальнені поліноми Стілт'еса P_j^+ та Q_j^+ , в термінах яких записується резольвентна матриця.

В четвертому розділі приведено операторний підхід для зрізаної індефінітної проблеми моментів. Використовуючи граничні трійки дано явний опис функції Вейля та параметрів граничної трійки (теорема 4.19). У випадку невизначеності проблеми моментів (теорема 4.27) доведена збіжність резольвентних матриць, коли $n \rightarrow \infty$, та дано опис всіх розв'язків проблем моментів.

Розділ 5 присвячено перетворенню Дарбу узагальнених матриць Якобі. Отримано критерій існування такого перетворення та встановлено вид матриць факторизації. До основних результатів цього розділу слід віднести теореми 5.19, 5.22, в яких встановлено відповідність між поліномами першого та другого роду узагальненої матриці Якобі J та її перетворення Дарбу J^P .

Дисертація написана чіткою ясною мовою, з відповідною аргументацією аналізу кожної задачі, що вивчається.

До зауважень слід віднести:

- 1) стор. 34, (1.55) замість $P_i(z) = \det(z - J_{[0,i-1]})$ слід писати $\det(zI - J_{[0,i-1]})$ і аналогічно для $Q_i(z)$;
- 2) загальне зауваження, а по суті питання про подальший розвиток досліджень, полягає в визначенні відстані міри в індефінітній проблемі Стілт'еса до множини всіх мір які відповідають дефінітному випадку? Хоча це є окрема тема досліджень в цьому колі питань.


Незважаючи на ці недоліки, вважаю, що дисертація Ковальова І. М. є закінченим науковим дослідженням і повністю відповідає вимогам, які пред'являються до дисертацій, висунутих на здобуття ступеня кандидата фізико-математичних наук, так як:

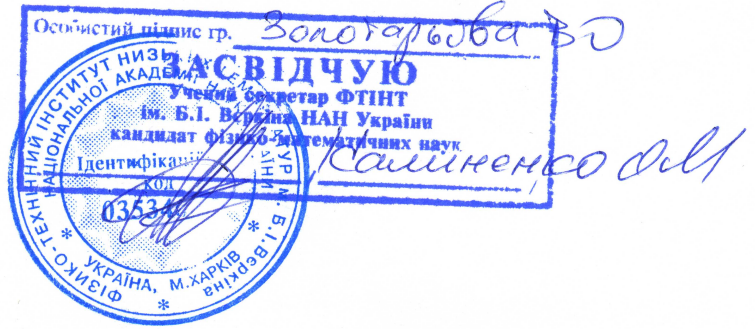
- a) Встановлено, що кожна послідовність дійсних чисел s (класу \mathcal{H}) відповідає деякому узагальненому дробу Стілт'еса. Знайдено зв'язок між відповідним P - дробом та узагальненим S - дробом. Отримано систему різницевих рівнянь, яка відповідає S - дробу.
- b) Знайдено критерій розв'язності зрізаної проблеми моментів Стілт'еса, розроблено покроковий алгоритм розв'язку цієї проблеми, отримано новий опис її розв'язків. Введено новий клас узагальнених поліномів Стілт'еса першого та другого роду і в їх термінах знайдено явні формули для резольвентних матриць зрізаної індефінітної проблеми Стілт'еса. Отримано факторизацію резольвентних матриць зрізаної індефінітної проблеми Стілт'еса.
- c) На основі операторного підходу до зрізаної індефінітної проблеми Стілт'еса показано, що кожна індефінітна проблема моментів Стілт'еса відповідає деякій узагальненій матриці Якобі, що породжує симетричний оператор $A_{[0,N]}$ у просторі Понтрягіна. Знайдено граничні трійки для спряженого лінійного відношення $A_{[0,N]}^{[*]}$, відповідні функцію Вейля та u -резольвентну матрицю М. Г. Крейна.
- d) Розглянуто перетворення Дарбу узагальнених матриць Якобі. Отримано критерій існування перетворення Дарбу, знайдено явні формули факторизації узагальненої матриці Якобі та вигляд матриць Якобі, які отримано при перетворенні Дарбу. Досліджено перетворення функції Вейля та поліномів першого та другого роду, що відповідають узагальненій матриці Якобі при перетворенні Дарбу.

Науковий рівень дисертації високий, а всі результати обґрунтовані і опираються на чіткі і коректні доведення. Отримані результати носять теоретичний характер і можуть бути використані в теорії розширень лінійних операторів, в спектральному аналізі лінійних операторів з сингулярними потенціалами. Дослідження, яке проведено автором, може бути корисним в наукових розробках, що проводяться в Інституті НАН України, Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б. І. Веркіна НАН України, Інституті прикладних задач механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна, Львівському національному університеті ім. І. Франка. Автореферат ідентичним чином відображає основні положення і твердження дисертації. Публікації містять головні результати дисертаційної роботи.

На підставі вищезгаданого вважаю, що дисертаційна робота І. М. Ковальова виконана на відповідному рівні, а дисертант заслуговує присвоєння йому ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Доктор фізико-математичних наук, професор,
провідний науковий співробітник
Фізико-технічного інституту низьких
температур ім. Б. І. Веркіна НАН України

 В. О. Золотарьов



Надійшов до редакції Академії наук
України
вченої ради
вчений секретар
206.01



05.06.2018р

Решатюк Є.С.