

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Сербенюка Симона Олександровича,
«Ряди Кантора як засіб задання і дослідження математичних об'єктів з
фрактальними властивостями»,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційне дослідження Сербенюка С.О. виконувалось в галузі метричної теорії дійсних чисел. Основними об'єктами розгляду були канторівські системи числення, їхні узагальнення – \tilde{Q} -зображення чисел відрізка $[0; 1]$, а також їхні двійники, які ґрунтуються на автотомельних розкладах чисел в знакозмінні ряди.

Актуальність дослідження. Чи актуальними для сучасної математики і її застосувань є такі об'єкти дослідження? Однозначно так. Такі зображення використовують змінний алфавіт, але мають нульову надлишковість, тобто кожне число має не більше двох зображень, причому два зображення мають лише числа зі зліченої множини. Потреба в таких зображеннях продиктована задачами фрактальної геометрії, фрактального аналізу, ймовірнісної теорії чисел, а також теорії функцій. В цих теоріях сьогодні інтенсивною вивчають об'єкти з неоднорідною локальною топологометричною структурою з використанням засобів топології, теорії міри, зокрема, мір дробових порядків, а також теорії метричних фрактальних розмірностей тощо.

Рядам Кантора і представленням чисел рядами Кантора присвячена велика кількість робіт, пов'язаних з дослідженням фракталів, розвитку теорії мір Хаусдорфа і розмірності Хаусдорфа-Безиковича, вивченню властивостей неперервних ніде не монотонних, недиференційованих та сингулярних функцій, вивченню нескінченних згорток Бернуллі і геометрії числових рядів. Значна частина цих робіт належить науковому керівнику даного дисертаційного дослідження і його учням, хоча в більшості випадків про це в роботі і не згадується. Це є свідченням того, що в дисертаційній роботі Сербенюка немає якісного обґрунтування актуальності дослідження і огляду літератури. Більше того, огляд нагадує «вінігрет», нарізаний з анотацій статей іноземних авторів, з якими очевидно автор дисертації малознайомий, бо на жоден факт з вказаних робіт він не посилається і не використовує його. Додатковим аргументом для такого висновку є формулювання теореми 1.10. (с.46), неправильно перекладеної автором. А от ідеї, схеми і методи вітчизняних авторів він використовує без посилань.

Аналіз структури та змісту роботи.

Дисертаційна робота, обсягом 198 сторінок основного змісту, складається з анотацій українською та англійською мовами (по 5 сторінок), двох списків публікацій автора (по 27 найменувань), переліку скорочень і умовних позначень (2 сторінки), вступу (16 сторінок), 5 розділів, розбитих на підрозділи, висновків до кожного розділу та загальних висновків (3 сторінки), а також списку використаних джерел (71 найменування) і 1 додатка (11 сторінок).

У 1-му розділі «*Огляд літератури та ключові поняття дослідження*», що носить вступний характер, проводиться огляд певного кола джерел, які прямо або опосередковано стосуються дисертаційного дослідження, вводяться базові поняття, які далі стають ключовими. Найбільш повно, хоча і не системно, висвітлено здобутки попередників стосовно задачі про критерій раціональності числа за його зображенням у канторівській системі числення. Пункт 1.7 важко назвати оглядом, як і введенням ключових понять, оскільки він є якоюсь нарізкою прикладів функцій, які колись кимось розглядалися, не завжди коректно означених (дивись перший приклад), і не містить тверджень, що розкривають властивості функцій. Поняття оператора зсуву цифр зображення числа є загальноживаним у математиці. Особливо важливим воно є в ергодичній теорії, ймовірнісній теорії чисел, фрактальній геометрії та ін. і широко використовується в науці більше 100 років, зокрема, і для зображень чисел рядами Кантора. Про це автор чомусь не згадує і не наводить ніяких відомих фактів.

Оскільки якісних означень ключових понять, що стосуються зображення чисел рядами Кантора та \tilde{Q} -зображення у першому розділі немає, то задовільним його вважати не можна.

Розділ 2 «*Розклади дійсних чисел у знакопочережні ряди Кантора. Критерій раціональності*» присвячений розкладам дійсних чисел в знакопочережні ряди Кантора та розвитку тополого-метричної теорії зображень, що на них ґрунтуються, та встановленню критеріїв раціональності числа за його зображенням.

Знакопочережний ряд Кантора отримується з ряду Кантора за допомогою елементарного перетворення, яке досить було б автору встановити, і це мало б зайняти кілька рядків, а далі через встановлений зв'язок зробити висновок про ідентичність геометрій двох зображень і принципову відсутність нової тополого-метричної теорії. Відомі факти стосовно зображень чисел за допомогою додатних рядів Кантора автоматично переносяться на знакопочережний випадок. Тому логічно було б

поглиблювати першу теорію, а не займатись дублюванням, що насправді робить автор.

У 3-му розділі «*Самоподібні фрактали*» розглядаються множини, визначені обмеженнями на вживання цифр у зображенні чисел за допомогою рядів Кантора, що в даному випадку рівносильно вивченню множини значень функцій, визначених на множинах канторівського типу. Задачі, що тут розв'язуються, стосуються тополого-метричних властивостей множин, а також їх фрактальної розмірності, яка в цьому випадку співпадає з самоподібною розмірністю. Мотивація інтересу до таких множин не наведена, наукова цінність отриманих тверджень низька, оскільки вони належать до відомого класу множин Морана. Практично всі властивості є простими наслідками самоподібності і умови відкритої множини (а всі розглянуті множини її задовольняють), що встановлюється в кілька рядків, але ніяк не десятками сторінок (як це зроблено в дисертації).

Четвертий розділ «*Функції зі складною локальною будовою*» присвячений простим прикладам функцій, взагалі кажучи, розривних, які є проекторами цифр або комбінацій цифр зображень чисел (трійкового, s -кового, нега- s -кового), інтерес до яких нічим не аргументовано і важко таку аргументацію уявити. Більше того, у пункті 4.1 розглядаються абсолютно тривіальні приклади, а наведені факти є абсолютно очевидними, разом з цим абсурдно виглядає формулювання леми 4.5, оскільки воно засвідчує некоректність означення функції. Вимагає коректності розгляд питання про диференційовність функції, яка має всюди щільну множину розривів. Але цього в роботі немає.

У 5-му розділі «*Знакопочережний \tilde{Q} -розклад, нега- \tilde{Q} -зображення дійсних чисел та функції зі складною локальною будовою*» вводиться знакопочережний \tilde{Q} -розклад дійсного числа і нега- \tilde{Q} -зображення дійсних чисел, спільність та відмінність яких відслідкувати надзвичайно важко в силу невдалих та неповних формулювань. Але ці недоліки є усувними, і неперервні функції, розглянуті в цьому розділі, заслуговують на увагу. Саме їх властивості є основним змістом цього розділу.

Основними науковими результатами даного дисертаційного дослідження слід вважати теореми, що є критеріями раціональності числа за його зображенням за допомогою ряду Кантора, а також ті твердження, що описують властивості неперервних функцій з неоднорідною локальною поведінкою з всюди щільною множиною локальних максимумів та мінімумів, недиференційовних та сингулярних.

Обґрунтування отриманих результатів.

Основні результати дослідження в цілому відносно повно обґрунтовані та належним чином опубліковані, вони пройшли певну апробацію на наукових конференціях та семінарах. Але не всі наведені в дисертації оприлюднення результатів є дійсними публікаціями.

Публікації та апробація результатів дослідження.

Результати роботи, які виносяться на захист, викладено у 10 статтях, що опубліковані у виданнях, внесених до переліку фахових видань України, з них 4 статті у наукових виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз.

Зауваження.

1. Список скорочень і умовних позначень неповний, а от дублювання внесених в перелік скорочень та позначень спостерігається ледь не на кожній сторінці.
2. На сторінці 53, сказано, що поняття «фрактал» вперше запропоновано в 1977 році. Це спотворення істини.
3. Автор занадто «вільно» використовує терміни «метрична, ймовірнісна, фрактальна теорія», «функція зі складною локальною будовою», не надаючи їм конкретного змісту. Можливо саме це недоусвідомлення приводить до неякісності огляду літератури в цьому аспекті.
4. Огляд літератури у Розділі 1 перемішаний з якоюсь дивною констатацією ідей автора. Наприклад, на с. 52 йдеться про банальний приклад функції, яка зберігає цифру «0» і є всюди розривною або $y = x$. Автор заявляє, що вона є одним з найпростіших прикладів ніде не диференційовної функції.
5. В роботі часто використовуються невдалі словосполучення і терміни. Наприклад, назва Пункту 1.6. «Оператори зсуву цифр знакододатних представлень», оскільки зображення, а не представлення, мають цифри, а поняття знакододатного представлення в роботі не введене. І взагалі, автор не розмежовує поняття «представлення» та «зображення» числа, а таке розмежування у фрактальному аналізі та теорії кодувань дійсних чисел є загальноприйнятим.
6. Добре відомо, що поняття, які вводять, мають бути продуктивними і використаними в теорії. Якщо це не спостерігається, то дані означення є зайвими.
7. Оформлення дисертації задовільним вважати не можна, оскільки описки, неточності, некоректності, дублювання зустрічаються в кожному пункті і навіть на кожній сторінці. Часто важко зрозуміти статус речення: це означення чи твердження? (наприклад, с. 38 «кожен з розкладів (1.2), (1.3) є нега- s -им представленням числа x_0 »).

- 7.1. Перша рівність у теоремі 3.1 тривіально згортається.
- 7.2. У другій формулі теореми 3.1 не зрозумілим є статус індекса « i ».
- 7.3. В багатьох місцях порушена правильність написання термінів, наприклад, слід писати «ніде не диференційовні», а не «ніде недиференційовні». (с. 22, 24, 27,...), аналогічно у випадку монотонності (тобто слід писати «немонотонна», але «ніде не монотонна»).
- 7.4. Цитуючи на с. 42 авторів Р.Н. Diananda та А. Oppenheim, автор зазначає проблему критерія раціональності числа за його зображенням за допомогою ряду Кантора для випадку, коли «послідовність (d_n) є такою, що $d_1 d_2 \dots d_n \div q$ для будь-якого цілого числа q ($q \in Z$) і всіх великих n ». Але ця умова суперечлива! Таких послідовностей (d_n) не існує.
- 7.5. У роботі зустрічаються туманні або малозмістовні речення, будучи абстрактними або недовизначеними умовами. Наприклад: «Дослідження, викладені в даному розділі, є новими. Формулювання деяких з наслідків загальних критеріїв раціональності чисел, поданих у формі додатних рядів Кантора, є дещо подібними із окремими відомими твердженнями, але доповнюють відомі результати та доведені іншими способами» (с. 90). **На даний момент загальних критеріїв не існує!**
8. У дисертації та авторефераті автором завищена самооцінка результатів. Одні з них не є новими, інші не мають ніякої наукової цінності, треті отримуються тривіальним способом з використанням принципу двоїстості та зв'язків між зображеннями. Наприклад, функції, що вивчаються в пункті 4.1, є вправами для старшокласників та студентів першокурсників. Тому думка автора про те, що йому вдалось побудувати приклад функції зі складною локальною будовою є не більш ніж смішною.
9. Недоліком даної роботи є те, що в ній не наведено жодного з застосувань отриманих результатів, хоч декларативно про це заявляється у пункті «Практичне значення отриманих результатів».
10. Для частини тверджень автор не наводить доведення (вважаючи їх то очевидними, то відсилаючи до якихось нелегітимних джерел), серед них є і такі, що розкривають основний зміст пункту або й розділу (наприклад, леми з 5-го розділу про рівність циліндрів та \tilde{Q} і нега- \tilde{Q} -зображень чисел), оскільки вони констатують, що нега- \tilde{Q} -зображення є перекодування \tilde{Q} -зображення, а отже, останнє самостійного вивчення не вимагає.

Загальні висновки.

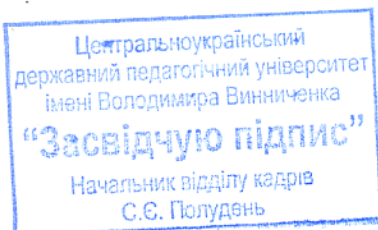
Дисертаційна робота Сербенюка С.О. є науковим дослідженням, що відповідає паспорту спеціальності та профілю спеціалізованої вченої ради і публікації в кількісному відношенні задовольняють вимоги до кандидатських дисертацій. В ній виконано немалий обсяг роботи, іноді марної, іноді нерациональної. Разом з цим вона містить і деякі нові наукові результати. Це критерій раціональності числа та опис властивостей неперервної функції, залежної від параметрів, яка є узагальненням неперервної фрактальної функції, введеної і вивченої в роботах Працьовитого М.В. та його учнів.

Незважаючи на те, що робота має велику кількість недоліків і не має ознак завершеності, а автореферат містить значні перебільшення досягнень автора і сформульована ним наукова новизна місцями такою не є, вважаю що вона не суперечить вимогам пп. 9, 10, 12, 13 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України за № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами і доповненнями, внесеними постановами Кабінету Міністрів України за № 656 від 19 серпня 2015 року, № 1159 від 30 грудня 2015 року, за № 567 від 27 липня 2016 року і наказу № 40 МОН України від 12 січня 2017 року, що висувуються до кандидатських дисертацій, а тому автору – Сербенюку Симону Олександровичу можна було б присудити науковий ступінь кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент
доцент кафедри прикладної
математики статистики та економіки
Центральноукраїнського державного
педагогічного університету
імені Володимира Винниченка
кандидат фіз.-мат. наук

Наказом спеціалізованої
вченої ради № 26.206.01
07 червня 2018 р.
Вр. секретар Романюк А.С.

О.П. Макачук



Г.О.Д.

