

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу, висунуту на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук,

Сухорукової Олени Олегівни

«Узагальнені J -внутрішні і γ -твірні матриці-функції та індефінітні інтерполяційні проблеми»

Теорія J -стискаючих матриць-функцій була розвинена в роботах М. С. Лівшиця і його школи у зв'язку з дослідженнями відкритих фізичних систем і природно пов'язана з нею теорії характеристичних функцій несамоспряжених операторів. Саме такі характеристичні функції є J -стискаючими, а при деяких додаткових умовах J -внутрішніми. Важливість теорії J -внутрішніх матриць-функцій доводиться тим, що до цього класу відносяться передаточні відображення лінійних систем, резольвентні матриці багатьох класичних задач аналізу таких, як проблеми моментів, проблема Неванлінни-Піка, проблема Крейна про продовження ермітово позитивних функцій на відрізьку та інші. Це надихнуло М. С. Лівшиця і В. П. Потапова побудувати красиву факторизаційну теорію J -стискаючих матриць-функцій, яка є нетривіальним розвиненням теорії Ріса для стискаючих функцій.

В дисертаційній роботі О. Сухорукової розглядаються узагальнені J -внутрішні матриці-функції, тобто такі матриці-функції, для яких J -форма Лівшиця є індефінітною. Такі матриці-функції теж виникають як резольвентні матриці тепер вже індефінітних інтерполяційних задач, що розглядались останнім часом в роботах М. Г. Крейна, Г. Лангера, А. Нудельмана, Дж. Болла, Дж. Хелтона, Г. Дима, В. Деркача та ін.

Інший об'єкт, що розглядається в дисертації, це узагальнені γ -твірні матриці-функції. До цього класу відносяться, наприклад, резольвентні матриці проблеми Нехарі-Такагі, яка вперше була в скалярному випадку розв'язана у 1972 році В. Адамяном, Д. Аровим та М. Крейном.

На теперішній час не існує факторизаційної теорії для узагальнених J -внутрішніх і γ -твірних матриць-функцій. Тому дослідження проблем факторизацій в цих класах є актуальними.

Дисертація складається з анотації (українською та англійською мовами), вступу, п'яти розділів та списку літератури.

У вступі обґрунтовано актуальність теми та дано аналіз сучасного стану проблеми, сформульовані мета, завдання дослідження, наукову новизну одержаних результатів, а також подано відомості про апробацію роботи.

У першому розділі приведено докладний огляд літератури з теми дисертації, вводяться такі класи функцій як Харді, клас Шура, класи J -внутрішніх і γ -твірних матриць, узагальнених клас Шура і узагальнені J -

внутрішні матриць-функції. Наведено інформацію про інтерполяційні проблеми Шура, Нехарі, Такагі-Сарасона.

У другому розділі введено поняття сингулярної J -внутрішньої матриць-функції, підкласи правих і лівих узагальнених J -внутрішніх матриць-функцій на які поширюється теорія Д. Арова про асоційовані пари, доводиться критерій сингулярності таких матриць-функцій в термінах асоційованих пар і у термінах простору Понтрягіна з відтворюючим ядром. Основними результатами цього розділу слід вважати критерії сингулярності, які отримані в теоремах 2.26 та 2.30.

У третьому розділі вводиться поняття регулярної J -внутрішньої матриць-функції і знайдено достатні умови існування сингулярно-регулярної факторизації за Аровим. Головним результатом розділу 3 є теорема існування регулярно-сингулярної факторизації (теорема 3.22).

У четвертому розділі введено поняття узагальнених лівих і правих γ -твірних матриць і серед них виділено підкласи сингулярних, регулярних і сильно регулярних γ -твірних матриць, знайдено зв'язок з узагальненими J -внутрішніми матрицями-функціями і завдяки цьому, отримано достатні умови існування регулярно-сингулярної факторизації узагальненої γ -твірної матриці.

П'ятий розділ дисертації присвячено дослідженню цілком невизначених індефінітних інтерполяційних проблем Такагі-Сарасона і Нехарі-Такагі. Знайдено зв'язок між множинами розв'язків цих проблем. Отримано критерії розв'язності цих проблем і знайдено явні формули для їх резольвентних матриць. Показано, що резольвентна матриця проблеми Нехарі-Такагі є правою узагальненою γ -твірною матрицею. Наведено застосування проблем Нехарі-Такагі до проблеми редукції в теорії H_∞ -контролю лінійних систем.

Дисертація написана чіткою ясною мовою, з відповідною аргументацією аналізу кожної задачі, що вивчаються.

До зауважень слід віднести:

1. Для отриманих узагальнених J -внутрішніх функцій цікаво було б знайти відповідні операторні трактування, як це було в теорії М. С. Лівшиця, хоча це є темою окремого дослідження.

2. В теоремі 4.25 встановлено можливість регулярно-сингулярної факторизації, але однозначність (ступень неоднозначності) не з'ясована.

Незважаючи на ці недоліки, вважаю, що дисертація Сухорукової О. О. є закінченим науковим дослідженням і повністю відповідає вимогам, які пред'являються до дисертацій, висунутих на здобуття ступеня кандидата фізико-математичних наук, так як:

1. Введено новий клас $\mathcal{U}_\kappa^l(j_{pq})$ лівих узагальнених j_{pq} -внутрішніх м. ф. Введено поняття лівої асоційованої пари для лівої узагальненої j_{pq} -внутрішньої м. ф. $W(\lambda)$. Доведено факторизаційні теореми для м. ф. $W(\lambda)$ у термінах лівої асоційованої пари.
2. Введено означення сингулярної узагальненої j_{pq} -внутрішньої м. ф. Доведено критерії сингулярності узагальнених j_{pq} -внутрішніх м. ф.
3. Введено означення регулярної узагальненої j_{pq} -внутрішньої м. ф. Знайдено достатні умови регулярності узагальненої j_{pq} -внутрішньої м. ф. Доведено критерій регулярності узагальнених j_{pq} -внутрішніх м. ф. у раціональному випадку. Отримано умови існування регулярно-сингулярної факторизації для узагальнених j_{pq} -внутрішніх м. ф.
4. Введено клас правих і лівих узагальнених γ -твірних матриць $\mathfrak{M}_\kappa^r(j_{pq})$, $\mathfrak{M}_\kappa^l(j_{pq})$. Отримано достатні умови регулярності і сильної регулярності правих і лівих узагальнених γ -твірних матриць.
5. Отримано опис множини розв'язків інтерполяційної задачі Такагі - Сарасона. Знайдено зв'язок між множиною розв'язків задачі Такагі - Сарасона і задачі Нехарі - Такагі.

Науковий рівень дисертації високий, а всі результати обґрунтовані і опираються на чіткі і коректні доведення. Отримані результати носять теоретичний характер і можуть бути використані в теорії розширень лінійних операторів, в спектральному аналізі лінійних операторів з сингулярними потенціалами. Дослідження, яке проведено автором, може бути корисним в наукових розробках, що проводяться в Інституті НАН України, Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б. І. Веркіна НАН України, Інституті прикладних задач механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна, Львівському національному університеті ім. І. Франка. Автореферат ідентичним чином відображає основні положення і твердження дисертації.

Дисертаційна робота Сухорукової О. О. є завершеним дослідженням. Наведені у роботі результати в повному обсязі відображені у 5 статтях фахових видань, затверджених МОН України, в тому числі 3 роботи опубліковані у наукометричних журналах, які включені до наукометричної

бази Scopus. Дисертаційна робота пройшла апробацію на міжнародних конференціях високого наукового рівня.

На підставі викладеного вважаю, що дисертаційна робота О. О. Сухорукової «Узагальнені J -внутрішні і γ -твірні матриці-функції та індефінітні інтерполяційні проблеми» цілком відповідає вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою КМУ №567 від 24 липня 2013 року, що висуваються до кандидатських дисертацій за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, а її автор – Сухорукова Олена Олегівна – заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Доктор фізико-математичних наук,
професор, провідний науковий
співробітник Фізико-технічного інституту
низьких температур ім. Б. І. Веркіна НАН
України

В. О. Золотар'ов



Засвідчую
Ідентифікаційний код 03534601
Ученый секретар ФТИНТ
ім. Б.І. Веркіна НАН України
Дуравська Л.М.



Надійшов до спеціалізованої
вченої ради 26.08.2018 01 29.08.2018
вчений секретар Романюк А.С.