

ВІДГУК
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Сухорукової Олени Олегівни
«Узагальнені J -внутрішні і γ -твірні матриці-функції та індефінітні
інтерполяційні проблеми»,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за
спеціальністю – математичний аналіз

Дисертаційна робота присвячена дослідженню узагальнених J -внутрішніх матриць-функцій і узагальнених γ -твірних матриць.

Загально відомим прикладом J -внутрішньої матриці-функції є матриця Неванлінни, за допомогою якої описується множина розв'язків проблеми моментів. Більш того, резольвентні матриці майже всіх класичних інтерполяційних проблем, таких як проблема Неванлінни-Піка, проблема Шура, проблема Крейна, бідотична інтерполяційна проблема належать до класу J -внутрішніх матриць-функцій. Іншим джерелом прикладів J -внутрішніх матриць-функцій є передаточні відображення відкритих лінійних систем, дослідження яких завдяки роботам М. Арбіба, Р. Калмана, М. Лівшица, Дж. Хелтона, К. Главера, перетворило теорію систем в окремий розділ математики, що стрімко розвивається. В 60-х роках факторизаційну теорію J -стискаючих матриць-функцій було побудовано М.С. Лівшицем і В.П. Потаповим. В рамках цієї теорії Д. З. Аровим було визначено поняття сингулярної і регулярної J -внутрішньої матриці-функції і доведено, що будь-яка J -внутрішня матриця-функція допускає регулярно-сингулярну факторизацію.

В останні 30 років з'явилась велика кількість робіт, присвячених індефінітним інтерполяційним задачам (М. Крейн, Г. Лангер, А. Нудельман, Дж. Болл, І. Гохберг, Л. Родман, В. Деркач, Г. Дим). Як виявилося, резольвентні матриці таких задач попадають в клас узагальнених j_{pq} -внутрішніх матриць-функцій. У зв'язку з цим, виникає потреба дослідити проблему факторизації узагальнених j_{pq} -внутрішніх матриць-функцій і як перший крок отримати аналог регулярно-сингулярної факторизації за Аровим.

Інший об'єкт, що розглядається в дисертації – це γ -твірна матриця, що є резольвентною матрицею проблеми Нехарі про відтворення обмеженої функції за її від'ємними коефіцієнтами Фур'є, що вивчалась в роботах В. М. Адамяна, Д. З. Арова і М. Г. Крейна. Д. З. Аровим було отримано зв'язок між γ -твірними матрицями і J -внутрішніми матрицями-функціями та отримано регулярно-сингулярну факторизацію для γ -твірних матриць. У зв'язку з дослідженнями проблеми Нехарі-Такагі в роботах В. М. Адамяна, Д. З. Арова і М. Г. Крейна, Дж. Болла, І. Гохберга і Л. Родмана постали питання про узагальнення поняття γ -твірної матриці, про зв'язок між узагальненими γ -твірними матрицями і узагальненими J -внутрішніми матрицями-функціями і про факторизацію узагальненої γ -твірної матриці за Аровим.

В дисертації О. О. Сухорукової розглядається проблема факторизації узагальнених j_{pq} -внутрішніх матриць-функцій і узагальнених γ -твірних матриць за Аровим та досліджується їх роль в розв'язанні задач Нехарі-Такагі і Такагі-Сарасона. Також відзначається роль узагальнених γ -твірних матриць в проблемі редукції складних систем в теорії H_∞ -контроля. Таким чином тема дисертації є безумовно актуальною.

Дисертація складається з анотації (українською та англійською мовами), вступу, п'яти розділів та списку використаних джерел.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, вказано зв'язок з науковими програмами, сформульовано мету й завдання досліджень, визначено наукову новизну і практичне значення одержаних результатів, наведено відомості про їх апробацію установи і організації, де вони доповідались і обговорювались.

У **першому розділі** наведено історичний огляд літератури, введено низку умовних позначень та термінів, представлені попередні результати, які будуть використовуватись в дисертації.

Основний зміст дисертаційної роботи міститься у розділах 2-5.

У **другому розділі** вводиться клас узагальнених лівих j_{pq} -внутрішніх матриць-функцій, поняття лівої асоційованої пари, та розглядається зв'язок узагальнених лівих j_{pq} -внутрішніх матриць-функцій з узагальненими правими j_{pq} -внутрішніми матрицями-функціями. Для цих класів вводяться означення сингулярних матриць-функцій і доводиться критерій сингулярності як в термінах асоційованих пар, так і у термінах простору Понтрягіна з відтворюючим ядром.

У **третьому розділі** вводиться означення регулярної узагальненої j_{pq} -внутрішньої матриці-функції, отримано достатні умови регулярності для j_{pq} -внутрішніх матриць-функцій та критерій регулярності у раціональному випадку, розглядаються умови існування регулярно-сингулярної факторизації.

У **четвертому розділі** вводиться означення узагальнених правих і лівих γ -твірних матриць. Для матриць-функцій з цих класів вводяться означення сингулярних, регулярних і сильно регулярних матриць-функцій. Отримано зв'язок між узагальненими γ -твірними матрицями і узагальненими j_{pq} -внутрішніми матрицями-функціями. Завдяки цьому зв'язку отримано умови сингулярності, регулярності, сильної регулярності і умови існування регулярно-сингулярної факторизації.

П'ятий розділ присвячено розгляду задач Такагі-Сарасона і Нехарі-Такагі. Отримано опис розв'язків цих інтерполяційних задач і знайдено зв'язок між їх множинами розв'язків. Показано роль узагальнених γ -твірних матриць в теорії H_∞ -контроля.

До дисертаційної роботи є декілька зауважень, а саме:

- (1) С. 33 другий і дев'ятий рядкі у "матриць функцій" втрачений дефіс;
- (2) С. 95 шостий рядок знизу "вимірної" змінити на "вимірною";

(3) теореми про факторизації отримані у раціональному випадку, а задача Нехари-Такаги описується у випадку, коли задана функція має псевдопродовження. Отже варто було б отримати такі результати у більш загальному вигляді.

Але ці недоліки не є суттєвими і не впливають на загальну оцінку дисертації.

В дисертації отримано низку повних, вагомих і цікавих результатів для І-теорії та для теорії індефінітних проблем. Результати дисертації чітко сформульовані, мають строгое доведення і з належною повнотою опубліковані у фахових виданнях, затверджених МОН України (5 публікацій, з яких 3 у виданнях, що індексуються наукометричною базою Scopus), що забезпечує достовірність основних дисертаційних положень та висновків з них. Автореферат правильно відображає зміст та основні положення дисертації.

На підставі сказаного вище, вважаю, що дисертаційна робота «Узагальнені І-внутрішні і γ -твірні матриці-функції та індефінітні інтерполяційні проблеми» задовільняє усім вимогам до кандидатських дисертаційних робіт, зокрема, пп. 9, 11, 12, 13 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 р. № 567, а її автор Сухорукова Олена Олегівна заслуговує на присудження її наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент –

доктор фізико-математичних наук, професор,
в.о. завідувача кафедри диференціальних рівнянь
фізико-математичного факультету Національного
технічного університету "Київський політехнічний
інститут" імені Ігоря Сікорського, м. Київ.

М. Є. Дудкін

Підпис професора Дудкіна М. Є. засвідчує

Учений секретар

Національного технічного університету України

"Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського"



А. А. Мельниченко

