

ВІДГУК
офіційного опонента Маслюченка Володимира Кириловича
на дисертацію Свинчук Ольги Василівни
«Сингулярні немонотонні функції канторівського типу та
їх фрактальні властивості»,
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційна робота Свинчук О.В. присвячена дослідженню глобальних та локальних властивостей неперервних функцій з континуального класу функцій, визначеного нескінченною кількістю параметрів. Головний акцент робиться на дослідження структурних, варіаційних та фрактальних властивостей функцій, тополого-метричних властивостей множин їх несталості.

Сингулярні, неперервні ніде не монотонні, звивисті та недиференційовні функції утворюють масивні підмножини банахового простору $C[0,1]$ неперервних на $[0,1]$ функцій з рівномірною нормою. Про це свідчать теореми Замфіреску, Козирєва, Банаха-Мазуркевича. Основним об'єктом дослідження у даній дисертації є функції канторівського типу, а саме: функції, множини несталості яких є ніде не щільними. Такі функції раніше вивчались в основному з класу монотонних. Окрема увага випадку немонотонності функції не приділялась, тому дане дослідження можна вважати піонерським і актуальним.

Спираючись на традицію використання різних систем числення для задання та дослідження неперервних функцій, локальна поведінка яких є різко неоднорідною, Ольга Василівна розглядає кілька принципово нових задач. Це – задача про властивості рівнів функції, задача про розподіл значень функції при заданому розподілі аргумента та інші. Дане дослідження є продовженням досліджень О. Панасенка, А. Калашнікова, Н. Василенко.

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків до кожного розділу та загальних висновків, переліку скорочень та умовних позначень, списків використаних джерел та публікацій автора (18 публікацій,

з них 5 наукових статей, опублікованих у виданнях, що внесені до переліку наукових фахових видань України, та 1 стаття у науковому виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази даних Scopus).

У вступі автор дисертації дає загальну характеристику роботи, обґрунтовує актуальність дослідження, описує об'єкт, предмет, формулює мету і завдання, зазначає методи дослідження, анонсує основні результати. Вступ містить інформацію про зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, відомості про апробацію та наукову новизну результатів, особистий внесок здобувача.

Розділ 1 «**Концептуальні основи дослідження та огляд літератури**» складається з 9 підрозділів і має вступний характер. Він присвячений огляду літератури за тематикою дослідження, систематизації теоретичних відомостей про об'єкти дослідження та необхідних фактів, які використовуються у наступних розділах. Розглядаються приклади відомих функцій з відповідними посиланнями на першоджерела і здійснюється огляд вивчених їхніх властивостей.

У розділі 2 «**Сингулярні немонотонні функції, визначені у термінах Q_s^* -зображення аргумента**», який складається з 6 підрозділів, вводиться у розгляд клас неперервних функцій, залежних від скінченного набору параметрів. Основними результатами цього розділу є доведення фактів, що стосуються умов монотонності, строгої монотонності, немонотонності та ніде не монотонності. Знайдено необхідні та достатні умови, за яких функція є сингулярною функцією канторівського типу. Досліджено екстремуми функції і доведено, що вона на кожному циліндрі $\Delta_{c_1 c_2 \dots c_m}^Q$, $m \in \mathbb{N}$, набуває свого найбільшого та найменшого значення на його кінцях. Детально описані властивості множини рівнів функції, а саме, що множина рівня функції є зліченною множиною.

Розділ 3 «**Один клас неперервних ніде не монотонних функцій з автотельними властивостями**», який складається з 8 підрозділів, присвячений класу неперервних функцій, які залежать від нескінченної кількості параметрів, а саме: задані нескінченні стохастичні матриці $Q_s^* = \|q_{ik}\|$ та $G_s^* = \|g_{ik}\|$, $i = \overline{0, s-1}$, $k \in \mathbb{N}$. Основними результатами є доведення

тверджень, що стосуються монотонності та ніде не монотонності функції, а також сингулярності канторівського типу. Ґрунтовно вивчені варіаційні властивості, знайдено критерій належності функції класу функцій як обмеженої, так і необмеженої варіації. Описано екстремальні властивості, самоафінні та інтегральні властивості функції для нескінченних періодичних матриць Q_s^* та G_s^* .

Розділ 4 «Сім'я немонотонних сингулярних функцій канторівського типу з фрактальними властивостями», який складається із 7 підрозділів, присвячений одній сім'ї неперервних функцій, які залежать від параметрів послідовності дійсних чисел (ε_n) , $0 \leq \varepsilon_n \leq 1$ та послідовності векторів $(\overline{g_n}) = (g_{0n}, g_{1n}, g_{2n}, g_{3n}, g_{4n})$, $n \in \mathbb{N}$. Розглядається функція, аргумент якої має Q_s^* -зображення. Доведено, що функція не має проміжків монотонності, крім проміжків сталості, якщо $\varepsilon_n \neq 0$ виконується для нескінченної множини значень n . Знайдено формулу для обчислення варіації функції та умови належності її до класу функцій обмеженої варіації. Вивчено автотельні та інтегральні властивості, а також властивості множини рівнів функції для випадку, коли $\varepsilon_n = 1$. Досліджується лебегівська структура розподілу випадкової величини $Y = f(X)$, тополого-метричні та фрактальні властивості спектра розподілу.

За текстом дисертації потрібно зробити деякі зауваження.

1. Обіцяне в завданнях дослідження властивостей множин рівнів функції проведене лише для одного випадку, коли $\varepsilon_n = 1$ (теорема 4.5.1).

2. В каскаді доведень послідовності тверджень, наступне з яких є узагальненням попереднього, вважаю, що доведення вимагає лише останнє твердження. Тому наведення обґрунтування теорем 4.7.3 і 4.7.4 є не обов'язковими.

3. Деякі теореми другого розділу є наслідками теорем третього розділу. Це досить природно, але вимагає збалансування тексту дисертації.

4. Дисертаційне дослідження добре вичитано, та все ж у ньому зустрічається певна кількість недоліків, наприклад:

- на с. 11 написано $|g_{ij}| < 1$ замість $|g_{ik}| < 1$;

- на с. 22 у зображенні числа x не пояснено що таке β_{a_k} ;
- на с. 37 в означенні функції Мінковського має бути нескінченний дріб;
- на с. 77 написано “властивості рівнів функції” замість “властивості множин рівнів функції”;
- є неправильності в мові: замість “належить $[0,1]$ ” треба “належить до $[0,1]$ ” (с.49), замість “співпадають” треба “збігаються” (с.49).

Але ці недоліки не мають принципового характеру і жодною мірою не знижують наукового рівня дисертації.

Отримані результати, що виносяться на захист, є новими, важливими і достатньо обґрунтованими. Робота гарно оформлена, її результати правильно відображені в авторефераті. Вона пройшла належну апробацію на багатьох конференціях різних рівнів та наукових семінарах, її результати з достатньою повнотою опубліковані у «Нелінійних коливаннях», «Збірнику праць Інституту математики НАН України» та «Науковому часописі імені М. П. Драгоманова».

Вважаю, що дисертаційна робота «Сингулярні немонотонні функції канторівського типу та їх фрактальні властивості» виконана на належному науковому рівні, задовольняє вимоги пп. 9, 11-14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013, що висувуються до кандидатських дисертацій, а її автор – Свинчук Ольга Василівна заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

*Надійшов до спеціалізованої
вченої ради № 26. 206.01 28.08.2018
Вченої секретар А.С. Романчук А.С.*

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач кафедри
математичного аналізу

Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича

Підпис *Маслюченко В.К.* засвідчую
Начальник відділу кадрів Чернівецького
національного університету
імені Юрія Федьковича
В.К. Маслюченко
08 2018 р



В. К. Маслюченко