

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

**Свинчук Ольги Василівни**

**«Сингулярні немонотонні функції канторівського типу**

**та їх фрактальні властивості»,**

подану на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційна робота Свинчук Ольги Василівни «Сингулярні немонотонні функції канторівського типу та їх фрактальні властивості» присвячена дослідженню континуального класу неперервних функцій канторівського типу, залежних від нескінченної кількості параметрів, вивченню їх глобальних властивостей та локальної поведінки, тополого-метричних і фрактальних властивостей суттєвих для функцій множин. Детальний аналіз дисертації дозволяє сформулювати наступні висновки щодо актуальності дослідження, наукової новизни та практичного і теоретичного значення отриманих результатів, а також оцінити їх ступінь апробації та публікації у наукових виданнях.

**Актуальність теми.** Сингулярні неперервні розподіли ймовірностей і їм відповідні функції розподілу в останні десятиліття інтенсивно вивчаються українськими математиками (Працьовитий М. В., Торбін Г. М., Гончаренко Я. В., Барановський О. М. та ін.). Отримані результати знаходять свої застосування у прикладних дослідженнях, про що свідчать роботи Кошманенка В. Д. та його учнів. Функції розподілу канторівського типу утворюють важливий клас монотонних сингулярних функцій. Немонотонні сингулярні функції тривалий час залишались поза увагою фахівців у галузі теорії функцій та функціонального аналізу. Сучасні засоби теорії фракталів та різних систем зображення дійсних чисел створили передумови для ґрунтовного прориву у цій галузі математики.

Дисертаційна робота Свинчук О.В. присвячена неперервним немонотонним сингулярним функціям, визначеним на відрізку  $[0,1]$ , множини несталості яких є ніде не щільними, мають нульову або додатну міру Лебега (функції канторівського типу).

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Дисертаційна робота виконана у рамках досліджень математичних об'єктів зі складною локальною будовою і фрактальними властивостями, що проводяться на кафедрі вищої математики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова та у відділі фрактального аналізу Інституту математики НАН України. Дослідження проводилось у рамках наступних науково-дослідних тем: «Двійкове кодування дійсних чисел і фрактали» (номер державної реєстрації 0110U001279); «Фрактальний аналіз математичних об'єктів зі складною локальною будовою» (номер державної реєстрації 0107U000583); « Фрактальна геометрія числових рядів і фрактальний аналіз стохастичних об'єктів, з ними пов'язаних» (номер державної реєстрації 0118U002059).

**Основною метою дисертаційної роботи є** введення у розгляд континуального класу неперервних функцій канторівського типу, залежних від нескінченної кількості параметрів, вивчення їх глобальних властивостей та локальної поведінки, тополого-метричних і фрактальних властивостей суттєвих для функцій множин.

**Наукова новизна одержаних результатів.** Дисертантом отримані наступні нові наукові результати:

**досліджено**

- структурні властивості, множини особливостей (зокрема, максимумів - мінімумів), масивність множин рівнів континуальних класів неперервних функцій, залежних від скінченного набору параметрів зі складною локальною поведінкою: сингулярних монотонних, сингулярних немонотонних, ніде не монотонних функцій;
- варіаційні та функціональні, диференціальні й інтегральні, автотельні і фрактальні властивості, а також властивості множин рівнів нескінченнопараметричної сім'ї неперервних функцій з неоднорідними локальними властивостями, які у залежності від набору параметрів є строго монотонними, але у переважній більшості

сингулярними, немонотонними сингулярними функціями канторівського типу та ніде не монотонними функціями;

**доведено**

- ознаки належності до кожного з континуальних класів неперервних функцій, залежних від скінченного набору параметрів зі складною локальною поведінкою: сингулярних монотонних, сингулярних немонотонних, ніде не монотонних функцій;
- теореми про лебегівську структуру розподілу випадкової величини  $Y = f(X)$ , тополого-метричні і фрактальні властивості спектра для немонотонної сингулярної функції канторівського типу  $f$ , означеної у термінах  $Q_s^*$ -зображення чисел і нескінченної послідовності параметрів, та випадкової величини  $X$ , цифри  $Q_s^*$ -зображення якої є незалежними випадковими величинами;

**розроблено**

- методологію вивчення немонотонних сингулярних функцій канторівського типу, окремі дослідження яким раніше не присвячувались.

**Обґрунтованість та достовірність результатів дисертації.** Результати дисертаційної роботи Свинчук О.В. є строго обґрунтованими, доведеними у відповідних лемах та теоремах. Отримані результати є новими, мають теоретичний характер. Проведено порівняння з раніше відомими методами та результатами.

При дослідженнях використано методи математичного аналізу та теорії функцій дійсної змінної, метричної теорії чисел, теорії ймовірностей, фрактального аналізу та фрактальної геометрії.. Дана робота відзначається чіткістю формулювань, ясністю викладу та повнотою й строгістю математичних обґрунтувань основних наукових положень і результатів виконаних досліджень. Зауважень, які б ставили під сумнів результати дисертації, немає.

Основні результати було представлено на багатьох та всеукраїнських конференціях, а також на профільних семінарах різних ЗВО України. Отже, вважаю, що отримані автором результати є **достовірними** та достатньо **обґрунтованими**, а їх новизна повністю відповідає рівню кандидатської дисертації.

**Практичне значення результатів дисертації.** Дисертаційна робота має в основному теоретичний характер. Отримані результати є певним внеском у теорію функцій дійсної змінної, фрактальний аналіз та фрактальну геометрію, теорію розподілів випадкових величин. Запропоновані у дисертації методи можуть бути використані при дослідженні різних математичних об'єктів зі складною локальною будовою і фрактальними властивостями.

**Публікації та апробація результатів.** Основні результати дисертації опубліковані у 6 статтях, з них 6 статей в наукових журналах, які відповідають вимогам ДАК МОН України до публікації результатів дисертаційних робіт у фахових виданнях (з яких 1 стаття у виданні, що входить до міжнародних наукометричних баз, зокрема Scopus, Google Scholar та ін.), та у 12 матеріалах і тезах міжнародних та всеукраїнських наукових конференцій.

Результати дисертаційної роботи достатньо апробовано на наукових конференціях. Зміст автореферату цілком відображає основні положення дисертації. Основні результати дисертації **повністю** викладені в опублікованих працях.

**Суть та оцінка змісту роботи.** Дисертаційна робота складається з анотації, списку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, висновків до кожного розділу та загальних висновків, списку використаних джерел (140 найменувань) та списку публікацій автора (18 найменувань). Загальний обсяг роботи складає 125 сторінок.

У **вступі** обґрунтовано актуальність дисертації, вивчено його об'єкт, предмет, мета і завдання, висвітлено наукову новизну, практичне значення, анонсовано основні наукові результати.

Перший розділ **«Концептуальні основи дослідження та огляд літератури»** є оглядовим і носить вступний характер. У ньому наведено

необхідні означення і зроблено огляд відомих наукових результатів, що стосуються монотонних та ніде не монотонних сингулярних функцій, монотонних та немонотонних сингулярних функцій канторівського типу, недиференційовних функцій. Цей розділ не містить тверджень, які виносяться на захист.

Другий розділ **«Сингулярні немонотонні функції, визначені у термінах  $Q_s^*$ -зображення аргумента»** присвячений вивченню властивостей неперервних функцій, які в залежності від набору параметрів можуть бути сингулярними монотонними, ніде не монотонними або сингулярними функціями канторівського типу, знайдено ознаки належності розподілу до кожного з вказаних типів.

Основними результатами цього розділу є: критерій належності функції до класу сингулярних функцій канторівського типу, опис екстремальних властивостей та масивності множин рівнів функції.

У третьому розділі **«Один клас неперервних ніде не монотонних функцій з автотодельними властивостями»** за допомогою  $Q_s^*$ -зображення дійсних чисел сконструйовано нескінченно-параметричну сім'ю неперервних функцій. Встановлено, що значення кожної функції цього класу належить відрізку  $[0,1]$  і в залежності від набору елементів матриці  $G_s^*$  функція може містити як скінченну, так і нескінченну кількість проміжків сталості, бути кусково-монотонною або ніде не монотонною сингулярною функцією канторівського типу. Доведено, що сингулярні функції канторівського типу, які не мають проміжків монотонності за виключенням проміжків сталості, є функціями як обмеженої, так і необмеженої варіації. У цьому розділі також вивчаються екстремальні, самоафінні та інтегральні властивості функцій.

Четвертий розділ **«Сім'я немонотонних сингулярних функцій канторівського типу з фрактальними властивостями»** присвячений сім'ї неперервних немонотонних функцій канторівського типу, які частково вивчалися у третьому розділі. Для  $s=5$  виведено формулу для обчислення варіації функції і знайдено умови, при яких вона є функцією обмеженої варіації.

Вивчено симетрії графіка, автомодельні властивості функції, доведено, що множина рівня функції більше двох відрізків сталості містити не може. Детально описано властивості множин несталості функції.

В останньому пункті вивчається розподіл випадкової величини  $Y = f(X)$ , де  $f$  – немонотонна сингулярна функція канторівського типу, означена у термінах  $Q_s^*$ -зображення чисел, та випадкової величини  $X$ , цифри якої є незалежними випадковими величинами. Доведено, що розподіл випадкової величини  $Y$  може мати як чистий лебегівський тип, так і бути сумішшю дискретного та неперервного, неперервні складові якого можуть бути сумішами дискретного і сингулярного, дискретного і абсолютно неперервного розподілів.

Висновки відповідають змісту дисертаційної роботи, стисло та чітко висвітлюють основні результати роботи та можливості їх подальшого використання.

Загалом, дисертація є завершеною науковою працею, результати якої є новими та мають теоретичну та практичну цінність.

**Разом з цим до дисертації є наступні зауваження та побажання:**

1. На ст. 46 цифри випадкової величини  $X$  мають  $s$ -кове зображення, а із назви підрозділу слідує, що має бути  $Q_s^*$ -зображення.
2. На ст. 57 і ст. 84 повторюється означення множини рівня функції.
3. На ст. 58 у формулюванні теореми 2.6.1 пропущено слово “множина” рівня  $f^{-1}(y_0)$ .
4. На ст. 103 автор в доведенні має робити посилання на теорему 4.6.1, а не на лему 4.6.1.
5. У теоремі 4.7.5 немає означення  $G_2^*$ -зображення.
6. Не на всі літературні джерела у дисертації є посилання.
7. Список скорочень та умовних позначень неповний.

У дисертаційній роботі є певна кількість граматичних та стилістичних помилок та описок.

Тим не менш, вказані зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційного дослідження. Робота виконана на належному науковому

рівні, основні результати узагальнено у вигляді теорем та лем, строго доведених з використанням відомих та нових математичних методів.

**Висновок.** Дисертаційна робота Свинчук Ольги Василівни присвячена дослідженню континуального класу неперервних функцій канторівського типу, залежних від нескінченної кількості параметрів, вивчення їх глобальних властивостей та локальної поведінки, тополого-метричних і фрактальних властивостей суттєвих для функцій множин.

Дана дисертаційна робота написана професійною науковою мовою з використанням сучасної української наукової термінології. Робота виконана на належному науковому рівні, є завершеною науковою працею, що має самостійну теоретичну цінність. Автореферат правильно відображає основний зміст дисертації, результати дисертаційного дослідження опубліковані у фахових виданнях, затверджених МОН України.

Дисертаційна робота Свинчук Ольги Василівни «Сингулярні немонотонні функції канторівського типу та їх фрактальні властивості» відповідає вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановами Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 року №567 та від 19.08.2015 року №656, що висуваються до дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, а її автор Свинчук О.В. заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Надійшов до спеціалізованої  
вченої ради Канцелярія 26.08.2018 30.08.2018  
Вчений секретар *Віктор Раманюк А.С.*

Офіційний опонент,  
доцент кафедри дослідження операцій  
Київського національного університету  
імені Тараса Шевченка МОН України,  
доктор фізико-математичних наук, доцент

*Самойленко*  
І. В. Самойленко

*Підпис доцента  
Завідувач*



*30.08.2018*  
*Проректор з наукових  
решень*