

Відгук

офіційного опонента

на дисертаційну роботу Касіренко Тетяни Миколаївни
“Нерегулярні еліптичні крайові задачі у просторах Хермандера”,
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння

Регулярні еліптичні крайові задачі в обмеженій області з гладкою межею активно вивчаються у різних просторах узагальненої гладкості, зокрема, в уточнених та розширених шкалах гільбертових просторів Соболева, введених та вивчених у працях В. А. Михайлеця і О. О. Мурача. У таких просторах, на відміну від просторів Соболева, вдається отримати точними, зокрема, ознаки регулярності узагальнених розв'язків задач. Простори Хермандера знаходять застосування також у різних важливих задачах математичного аналізу, у теорії випадкових процесів.

У дисертаційній праці продовжено відомі дослідження В. А. Михайлеця, О. О. Мурача, А. В. Аноп, І. С. Чепурухіної у гільбертових просторах Хермандера на випадок нерегулярних еліптичних крайових задач. Отож, дисертаційна робота Т. М. Касіренко відноситься до актуального розділу сучасної математики.

Дисертаційна робота складається з анотацій, вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 192 найменування, додатку зі списком публікацій здобувача та відомостями про апробацію результатів роботи.

У вступі показано актуальність теми, зв'язок з державними темами, визначено завдання роботи, вказано її наукову новизну, практичне значення, вказано методи, які використовуються у роботі, особистий внесок здобувача, апробацію одержаних результатів.

У *першому розділі* введено об'єкт дослідження – загальну еліптичну крайову задачу з максимальним порядком m диференціальних операторів у крайових умовах, загалом не меншим за порядок $2q$ рівняння у задачі. Наведено спеціальні формули Гріна для такої задачі, введено поняття формально спряженої задачі до неї і наведено приклади таких задач.

Описано простори Хермандера, у яких вивчається задача, та основний метод досліджень у дисертації – метод інтерполяції з функціональним параметром пар гільбертових просторів. Сформульовано інтерполяційні вла-

стивості розширеної соболевської шкали $\{H^\alpha : \alpha \in RO\}$. Показником регулярності є RO -змінна на нескінченності функція α . Ці властивості подано у вигляді пронумерованих тверджень, на які будуть посилання у наступних розділах при доведенні основних результатів роботи. Зокрема завдяки цьому виклад результатів у дисертаційній роботі дуже чіткий.

Виділено частину $\{H^{s,\varphi} : s \in R, \varphi \in RO_0 \subset RO\}$ такої розширеної соболевської шкали, що містить у собі уточнену соболевську шкалу.

Основні результати дисертації викладено у другому і третьому розділах.

У *другому розділі* вивчається загальна еліптична крайова задача у розширеній соболевській шкалі $\{H^\alpha : \alpha \in RO\}$ гільбертових просторів Херсандера за природних обмежень на функціональний параметр $\alpha \in RO$: $\sigma_0(\alpha) > m + \frac{1}{2}$, де $\sigma_0(\alpha)$ – нижній індекс Матушевської.

Доведено теорему 2.1 про нетеровість оператора, що відповідає задачі, теорему 2.2 про породжені цим оператором ізоморфізми. У теоремі 2.3 одержано локальну апріорну оцінку узагальненого розв'язку задачі, з якої випливає глобальна апріорна оцінка його. Доведено теорему 2.4 про достатні умови локальної (і, як наслідок, глобальної) регулярності узагальнених розв'язків задачі. У теоремі 2.5 знайдено точні інтегральні ознаки неперервності узагальнених частинних похідних розв'язку задачі до наперед заданого порядку, а у теоремі 2.6 – точні ознаки його класичності.

Розширена соболевська шкала гільбертових просторів Херсандера складається з усіх гільбертових просторів, інтерполяційних для пар гільбертових просторів Соболева. Тому названі вище результати в дисертації одержано в основному за допомогою методу інтерполяції з функціональним параметром із відповідних відомих результатів для соболевських просторів.

Дисертанткою подолано не тільки серйозні технічні труднощі, але й принципи. Всі згадані вище результати є новими у випадку $m \geq 2q$, а для регулярних еліптичних крайових задач вони одержані при слабших припущеннях на показник регулярності $\alpha \in RO$, ніж було відомо. Теореми 2.3 і 2.4 також є новими і для регулярних еліптичних крайових задач: локальну апріорну оцінку узагальненого розв'язку задачі та його локальну регулярність одержано вперше.

У підрозділах 2.6 і 2.7 доведено теореми 2.7-2.9, які є аналогами теорем 2.1-2.3 для загальної еліптичної за Лавруком крайової задачі (задачі з додатковими невідомими функціями у крайових умовах) у випадку уто-

ченої соболевської шкали $\{H^{s,\varphi} : s \in R, \varphi \in RO\}$. Теореми про характер розв'язності еліптичних крайових задач за Б. Лавруком і властивості їх розв'язків у такій шкалі просторів Хермандера одержані І. С. Чепурухіною. Тут одержано нові результати у випадку, коли максимальний порядок диференціальних операторів у крайових умовах не менший порядку рівняння.

У *третьому розділі* дисертації загальна еліптична крайова задача вивчається вже без обмеження $\sigma_0(\alpha) > m + \frac{1}{2}$ на показник регулярності у просторі Хермандера – у негативних просторах Хермандера. Це робиться двома принципово різними способами.

У підрозділах 3.1 – 3.4 задача вивчається у модифікованій за Ройтбергом соболевській шкалі $\{H^{s,\varphi,(r)} : s \in R, \varphi \in RO_0\}$, $r = \max\{2q, m + 1\}$, яка у випадку уточненої соболевської шкали (φ із вужчого за RO_0 функційного класу) введена і вивчена В. А. Михайлецем і О. О. Мурачем.

Доведено теорему 3.1 про нетеровість оператора, що відповідає задачі у такій двобічній шкалі просторів Хермандера-Ройтберга, теорему 3.2 про породжені цим оператором ізоморфізми. У теоремі 3.3 одержано локальну апіорну оцінку узагальненого розв'язку задачі. Теореми 3.1 і 3.3 є новими і для регулярних еліптичних крайових задач: для них були доведені подібні результати тільки у модифікованій за Ройтбергом уточненій соболевській шкалі просторів Хермандера.

У підрозділі 3.5 задача вивчається з використанням підходу, запропонованого Ж.-Л. Ліонсом і Е. Мадженесом. Доведено теорему 3.4 про нетеровість задачі в уточненій інтерполяційній шкалі просторів Хермандера з числовим показником регулярності $s \leq m + \frac{1}{2}$, яка є новою і для випадку соболевського простору.

Результати дисертації опубліковано в 10 наукових працях, зокрема, у п'яти статтях з переліку фахових видань з математики, серед яких дві статті опубліковано у журналах, що входять до наукометричних баз даних.

Основні результати опубліковано повністю та своєчасно. Всі доведення правильні та повні.

Результати дисертації є новими і загальними, строго сформульованими, з детальними доведеннями, які забезпечують їх достовірність. Чітко скрізь проведено порівняння одержаних результатів із відомими. Наведено багато прикладів. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Одержані в дисертації результати викладено чітко, в логічній послідов-

ності. Оформлення дисертації відповідає чинним правилам, виконане дуже грамотно. Навіть описок мало: є описка, наприклад, у закінченні слова на сторінці 40, у формулюванні твердження 1.11 має бути р замість q, на стор. 118, 5-й рядок, має бути 3.1 замість 3.1-3.3.

Суттєвих зауважень до дисертаційної роботи немає.

Дисертація є завершеною працею. В ній одержано нові теоретичні результати, важливі в теорії крайових задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними.

Вважаю, що дисертаційна робота “Нерегулярні еліптичні крайові задачі у просторах Хермандера” за актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає сучасному рівню розвитку математики і задовольняє вимоги пп. 9, 10, 12, 13, 14 “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України за № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами і доповненнями, внесеними постановами Кабінету Міністрів України за № 656 від 19 серпня 2015 року, за № 1159 від 30 грудня 2015 року, за № 567 від 27 липня 2016 року і наказу № 40 МОН України від 12 січня 2017 року, щодо кандидатських дисертацій, а її авторка Касіренко Тетяна Миколаївна заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент
доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри диференціальних рівнянь
Львівського національного університету
імені Івана Франка

Г. П. Лопушанська

27.08.2018

Надійшов до спеціалізованої
вченої ради
Секретар ради



О. С. /Секретар О.Р./



Т.Т.