

В І Д Г У К

офіційного опонента на дисертацію
Плакош Андріяни Іванівни
«Застосування матричних задач в теорії груп»
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.06 — алгебра та теорія чисел

В дисертаційній роботі А.І.Плакош досліджуються матричні задачі, пов'язані з класифікацією r -груп Чернікова, обчислюються відповідні когомології для таких груп та дається їх опис у тих випадках, коли це можливо (тобто, відповідна задача не є «дикою»). Вивчення черніковських r -груп з застосуванням теорії зображень було розпочато в роботах П.Гудивка, Ф.Ващука та В.Дроботенка і продовжено в роботах П.Гудивка і І.Шапочки. В цих роботах використовувалися цілочисельні зображення скінченних r -груп, які досліджувалися багатьма авторами, зокрема, С.Берманом, П.Гудивком, А.Хеллером, І.Райнером та іншими. Теорія матричних задач, застосування якої і присвячено дану дисертацію з'явилася в роботах математиків Київської алгебраїчної школи (Л.Назарової, А.Ройтера, М.Клейнера), а також П.Габрієля, І.Бернштейна, І.Гельфанда та В.Пономарьова і була розвинута в подальшому із багаточисельними застосуваннями (в теорії груп, алгебраїчній геометрії, топології) в роботах В.Длаба, К.Рінгеля, Ю.Дрозда, В.Бондаренка, В.Сергейчука та інших.

Задача класифікації черніковських r -груп зводиться природнім чином до класифікації цілих r -адичних зображень скінченних r -груп (з точністю до слабкої еквівалентності) і обчислення відповідних когомологій, пов'язаних з r -адичним зображенням. Зауважимо, що розв'язання деяких задач для скінченних r -груп в зв'язку з групами Чернікова є самостійними цікавими результатами (незалежно від черніковських груп), ці результати можуть бути застосовані і в інших розділах математики при вивченні різноманітних алгебраїчних структур. Наприклад, класифікація цілочисельних зображень четвірної групи Клейна з точністю до слабкої еквівалентності, зв'язок між її зображеннями і зображеннями сагайдака типу D_4 і класифікація пар кососиметричних форм над полем з точністю до узагальненої еквівалентності є, насправді, самостійними задачами. Те, що в даному випадку r -адичні зображення розглядаються з точністю до слабкої еквівалентності є цілком природнім, оскільки в застосуваннях теорії зображень нееквівалентним зображенням можуть відповідати ізоморфні об'єкти і нам потрібно об'єднувати зображення в деякі класи еквівалентності/

Таким чином можна зробити висновок, що тема дисертаційної роботи Плакош А.І. є актуальною.

Перейдемо до аналізу дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел. У вступі наведено основні відомості і факти, які пов'язані з темою дисертації, дано обґрунтування актуальності дисертаційного дослідження,

вказано основну літературу з тематики дисертації, відзначено наукову новизну отриманих результатів.

Перший розділ, який має допоміжний характер, містить отримані раніше результати інших авторів, які необхідні для подальшого викладу основних та допоміжних результатів кандидатської дисертації, зокрема, наведено основні дані про p -групи Чернікова, когомології, зображення сагайдаків та порядки Бакстрема.

Основні результати дисертаційної роботи Плакош А.І. викладені у наступних трьох розділах.

У другому розділі роботи дано класифікацію одного класу нільпотентних p -груп Чернікова, тобто розширень G скінченних прямих сум M квазіциклічних p -груп за допомогою скінченної p -групи H . Підгрупа M називається в роботі основою групи G , а група H – верхівкою групи G . Оскільки група G нільпотентна за умовою, то група H діє тривіально на M і потрібно лише описати класи когомологій цих розширень. Це зроблено в дисертаційній роботі при умові, що H є елементарною абелевою p -групою (це найважливіший випадок). Окремо розглядаються випадки, коли $p > 2$ і $p = 2$. При $p > 2$ за допомогою методу, розробленого В.Сергійчуком дана класифікаційна задача зводиться до зображень певного сагайдака. При цьому, якщо порядок групи H більше ніж p^2 , то задача дика і немає сподівань на класифікацію. При порядку P рівному p^2 відповідний сагайдак є сагайдаком Кронекера і в дисертації дано повну класифікацію таких черніковських груп. У випадку $p = 2$ відзначені вище підходи вже не можна застосувати і тому використовуються результати Уотерхауса про пари симетричних білінійних форм над полем характеристики $p = 2$. Для класифікованих черніковських груп дано також опис в термінах твірних і співвідношень.

Третій розділ присвячено вивченню цілих 2-адичних зображень четвірної групи Клейна K_4 (нагадаємо, це єдина нециклічна група порядку 4) з точністю до слабкої еквівалентності. Група Клейна, як відомо, є єдиною нециклічною p -групою, для якої задача класифікації цілих p -адичних зображень не є дикою. Зображення групи K_4 вперше були описані Л.Назаровою. Але класифікація, яка була нею отримана є незручною для розв'язання питання про слабку еквівалентність зображень. В зв'язку з цим в дисертаційній роботі запропоновано інший підхід, пов'язаний з порядком Бакстрема і відповідним йому сагайдаком Q . Для цього сагайдака отримано повну класифікацію нерозкладних зображень з точністю до слабкої еквівалентності, що дозволило розв'язати початкову задачу. З технічної точки зору цей розділ є, мабуть, найскладнішим в дисертації.

В четвертому, останньому розділі дисертаційної роботи розглядаються когомології скінченних абелевих груп G (знання когомологій необхідне для опису нільпотентних черніковських груп). Для спрощення обчислень замість стандартної резольвенти визначено нову, спрощену резольвенту для тривіального модуля Z над групою G . В роботі отримано явні формули для знаходження одно- і двовимірних когомологій, які використовуються в теорії

розширень груп. Обчислено когомології модулів, дуальних до неточних решіток над четвірною групою Кляйна

З усього вищезгаданого можна зробити висновок, що дисертаційна робота А.І.Плакош «Застосування матричних задач в теорії груп» є завершеною науково-дослідною роботою, в якій отримано нові, цікаві результати. Ці результати є достовірними, строго обґрунтованими і отримані її автором самостійно.

Результати дисертації опубліковані в 6 наукових роботах у фахових виданнях (2 статті без співавторів, 4 статті в журналах, які входять в науково-метричну базу "Scopus"). Вони апробовані на 5 математичних конференціях, а також обговорювалися на різних алгебраїчних семінарах.

Відзначимо також деякі недоліки дисертації, які відносяться до її технічного оформлення.

На стор. 65 в Твердженні 3.1 замість «Саме ...» має стояти «А саме..», на стор. 118 замість «..класифікацію цілочисельними зображеннями ..» повинно бути «класифікацію цілочисельних зображень..», є ряд друкарських помилок в тексті також на сторінках 75 р.5 згори (повинно бути «скінченних», а не «скінченній»), с.35, р.5 згори (повинно бути «Chapter», а не «Chaper»), на сторінках 34, р.15 згори. Зауважимо, що зазначені недоліки ніяк не впливають на загальний високий рівень дисертаційної роботи.

З усього сказаного вище впливає, що дисертаційна робота А.І.Плакош є суттєвим внеском до актуального наукового напрямку в сучасній алгебрі. Результати роботи можуть бути рекомендовані до використання фахівцями з теорії зображень і теорії груп, які працюють в Інституті математики НАН України, Київському, Львівському, Дніпровському та Ужгородському університетах.

Дисертація написана на високому науковому рівні, автореферат правильно і повно висвітлює основні положення дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота А.І.Плакош «Застосування матричних задач в теорії груп» задовольняє всі вимоги, які містяться в "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України № 567 від 24.07.2013) щодо кандидатських дисертацій, а її автор Плакош Андріяна Іванівна заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – «алгебра та теорія чисел».

Офіційний опонент –
доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач кафедри алгебри
та математичної логіки Київського
національного університету імені
Тараса Шевченка

Підпис засвіачую
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР НАЧ
КАРАУЛЬНА Н.В.
13.09.2018р.

Надійшов до інституційної
вченої ради Д 26.206.03. 17.09.2018р.
Вчений секретар
Капцелярія Д. Максименко С.Г.

