

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Кузьменко Тетяни Сергіївни

”Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів”,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Розвиток теорії аналітичних функцій комплексної змінної дав можливість розробити ефективні методи розв’язання багатьох актуальних проблем, тісно пов’язаних з потенціалами *плоских* полів, що виникають в гідро- та аеромеханіці, електростатиці, теорії магнітних і теплових полів, теорії пружності та в інших прикладних напрямках природознавства. Природне бажання здійснити дослідження *просторових* потенціальних полів за аналогічною схемою тісно пов’язане з рядом принципових проблем. Це і пошук належної алгебри гіперкомплексних чисел, і означення у цій алгебрі належного класу диференційованих функцій, природньо зв’язаних з відповідними потенціалами, і труднощі переносу класичних теорем теорії голоморфних функцій комплексної змінної на випадок багатовимірних просторів.

Роботи У. Гамільтона (W. Hamilton), Г. Мойсіла (G. Moisil) і Н. Теодореску (N. Theodoresco), Р. Фуєтера (R. Fueter), А. Садбері (A. Sudbery), К. Гьорлебека (K. Gürlebeck) і В. Шпрюссіга (W. Sproessig), В. Кравченка і М. Шапіро та багатьох інших присвячені дослідженню просторових потенціальних полів за допомогою функцій, що приймають значення в алгебрі кватерніонів та інших некомутативних кліффордових алгебрах.

Алгебраїчно-аналітичний підхід до дослідження еліптичних рівнянь математичної фізики, який базується на використанні комутативних банахових алгебр і узагальнює дослідження в цьому напрямку, започатковані в роботах К. Сегре (C. Segre), П. Кетчума (P. Ketchum), Е. Лорха (E. Lorch), Е. Блюма (E. Blum), К. Кунца (K. Kunz), розвинуто в роботах українських математиків І. П. Мельниченка, В. Ф. Ковальова, С. А. Плакси, С. В. Грищука, В. С. Шпаківського, Р. П. Пухтаєвича. Виявляється, що методи, розвинені українськими математиками, можуть бути застосовані також до дослідження просторових відображень в некомутативній алгебрі комплексних кватерніонів.

Метою дисертаційної роботи Т.С. Кузьменко "Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів" було, насамперед, введення неперервних відображень, що є диференційовними за Гато в алгебрі комплексних кватерніонів (такі відображення в роботі названо G -моногенними), і дослідження їх основних алгебраїчно-аналітичних властивостей. Актуальність роботи не викликає сумнівів як з точки зору досліджених у ній проблем сучасної теорії функцій, так і з точки зору можливих застосувань.

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел, що містить 120 найменувань. Повний обсяг роботи становить 130 сторінок.

Перейдемо до стислої характеристики основних результатів дисертації.

У **вступі** обґрунтовується актуальність теми дисертації, наукова новизна одержаних результатів, вказано мету, завдання та методи дослідження, представлено наукову новизну одержаних результатів, апробацію результатів та особистий внесок здобувача.

У **першому розділі** дисертаційної роботи зроблено детальний огляд літератури, пов'язаною з тематикою дослідження.

У **другому розділі** вивчаються алгебраїчно-аналітичні властивості G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі комплексних кватерніонів $\mathbb{H}(\mathbb{C})$. Основним результатом цього розділу є теорема 2.3.7, в якій наведено конструктивний опис усіх право- G -моногенних відображень, які визначені в області Ω_ζ тривимірного дійсного підпростору алгебри $\mathbb{H}(\mathbb{C})$ і приймають значення в алгебрі $\mathbb{H}(\mathbb{C})$, за допомогою чотирьох аналітичних функцій комплексної змінної (рівність (2.30)). Аналогічний результат доведено для ліво- G -моногенних відображень в теоремі 2.3.8 (рівність (2.32)). Принциповим для подальшого дослідження є наступне твердження, яке впливає з рівностей (2.30) і (2.32): для G -моногенних відображень існують похідні Гато всіх порядків, які також є G -моногенними відображеннями. У цьому ж розділі досліджується зв'язок G -моногенних відображень з диференціальними рівняннями з частинними похідними (зокрема, наведено застосування G -моногенних відображень до побудови розв'язків тривимірного рівняння Лапласа).

У **третьому розділі** встановлено аналоги інтегральної теореми Коші для поверхневого інтеграла (теорема 3.1.2), інтегральної теореми Коші для криволінійного інтеграла (теорема 3.2.4), теореми Морера (теореми 3.3.1, 3.3.2), а також інтегральної формули Коші (теореми 3.4.1, 3.4.2) для G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі $\mathbb{H}(\mathbb{C})$.

Підрозділи 3.5, 3.6 дисертації присвячені вивченню властивостей G -моногенних відображень, пов'язаних з їх зображеннями у вигляді рядів. Зокрема, автором доведено аналоги теореми Тейлора про розклад G -моногенного відображення в степеневий ряд (теорема 3.5.1 для право- G -моногенних відображень і теорема 3.5.2 для ліво-

G -моногенних відображень) і, як наслідок, доведено теореми єдиності для право- G -моногенних відображень (теорема 3.5.3) і для ліво- G -моногенних відображень (теорема 3.5.4). Теореми 3.6.1 та 3.6.2 про зображення G -моногенних відображень у вигляді рядів Лорана в області певного виду дозволили автору здійснити класифікацію особливих точок G -моногенних відображень.

У четвертому розділі розглянуто клас H -моногенних (диференційовних за Хаусдорфом) відображень. У підрозділі 4.1. досліджено властивості таких відображень, зокрема, доведено існування і єдиність похідної H -моногенного відображення (теорема 4.1.1), а також формулу похідної добутку H -моногенних відображень (теорема 4.1.2). В підрозділі 4.2 встановлено зв'язок між G -моногенними і H -моногенними відображеннями, а в теоремі 4.2.3 доведено теорему про еквівалентність різних означень G -моногенного відображення.

Усі результати дисертації є новими, цілком обґрунтованими і супроводжуються чіткими доведеннями. Це вимагало від автора досить високої математичної культури, володіння як загальними, так і специфічними методами комплексного та гіперкомплексного аналізу.

Однак, є ряд зауважень, які стосуються дисертаційної роботи:

1) Природньо очікувати, що умова теорем 2.3.7 і 2.3.8 про те, що функціонали f_1, f_2 відображають простір E_3 на всю комплексну площину, є необхідною, але це питання в дисертації не досліджено.

2) В анотації автор вживає термін "формула Остроградського–Гауса", а у вступі і в розділі 3 пише "формула Гауса–Остроградського".

3) Зустрічаються деякі неточності при написанні формул. Наприклад, у формулюванні теореми 2.3.6 на с. 20 і на с. 65 відповідно у формулах (15) і (2.29) функція \hat{F}_1 залежить від змінної ξ_1 , а не ξ_2 . На с. 80 у перших шести рядках зверху всі знаки "-" у дужках мають бути замінені на "+" і, крім того, у 3-му і 5-му рядках перед знаками суми пропущено уявну одиницю i .

4) В дисертації містяться друкарські помилки на сторінках 3, 11, 31, 106 та інших.

Переходячи до загальної оцінки дисертаційної роботи, відзначу, що вона є завершеною науковою працею, присвяченою дослідженню актуальної наукової проблеми — виділенню спеціальних класів диференційовних відображень, що приймають значення в алгебрі комплексних кватерніонів, встановленню їх конструктивного опису та доведенню для них аналогів класичних теорем комплексного аналізу. Усі основні результати роботи є новими, їх обґрунтованість базується на строгих доведеннях. Висновки дисертації можуть знайти застосування в теорії функцій, комплексному та гіперкомплексному аналізі, теорії потенціалу та в інших напрямках природознавства. Відзначені вище в зауваженнях недоліки є усувними і не впливають на загальну високу оцінку виконаної роботи.

Виходячи зі сказаного вище, вважаю, що дисертаційна робота Кузьменко Тетяни Сергіївни "Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів" є завершеним науковим дослідженням і відповідає усім вимогам "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова КМУ від 24 липня 2013 року №567, зі змінами і доповненнями), що висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент

професор кафедри математичного аналізу

Київського національного університету

імені Тараса Шевченка

доктор фізико-математичних наук, професор

 І. О. Шевчук

ПІДПИС ЗАСВІДЧУЮ
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР НДЧ
КАРАУЛЬНА Н. В.
04.10.2018р.



Надійшов до спеціалізованого
вченої ради Д 26.01.05.10. 2018 р.
Секретар ради



/ Сатурн О. Р. /