

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Кузьменко Тетяни Сергіївни

"Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів",

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Актуальність теми. Вагомим надбанням математики є опис плоских потенціальних полів аналітичними функціями комплексної змінної. Ефективність методів теорії аналітичних функцій комплексної змінної при розв'язанні прикладних плоских задач вже давно наштовхує на пошук аналогічних методів для просторових полів.

У роботах У. Гамільтона, Г. Мойсіла і Н. Теодореско, Р. Фуетера, П. Кетчума, Е. Лорха, Е. Блюма, М. Рошкулеца, К. Кунца, А. Садбері, Г. Льюїтвілера, К. Гьорлебека і В. Шпрюссіга, В. Кравченка і М. Шапіро, Ф. Коломбо і І. Сабадіні, І. Мельниченка і С. Плакси та багатьох інших розроблялися різні напрямки гіперкомплексного аналізу як узагальнення теорії аналітичних функцій комплексної змінної.

Проте теорія гіперкомплексних функцій у тривимірному просторі, зокрема кватерніоннозначних функцій, розвинена значно менше, ніж теорія аналітичних функцій комплексної змінної. Це пов'язано з тим, що можливості переносу класичних теорем комплексного аналізу в некомутативну алгебру кватерніонів є обмеженими. Тому актуальною проблемою є виділення спеціальних класів диференційованих у певному сенсі функцій, заданих в алгебрі кватерніонів, вивчення їх алгебраїчно-аналітичних властивостей та доведення для них аналогів класичних теорем теорії аналітичних функцій комплексної змінної.

Цій проблемі і присвячене дисертаційне дослідження Т. С. Кузьменко, яке виконане в Інституті математики НАН України у рамках наукової теми № 0116U003060.

Ступінь обґрунтованості наукових положень, їх достовірність і новизна. В дисертаційній роботі вводяться нові класи функцій в алгебрі комплексних кватерніонів — так звані G -моногенні відображення. Принциповою новизною є те, що розглядаються відображення з області тривимірного комутативного підпростору алгебри в усю некомутативну алгебру комплексних кватерніонів, що дає можливість вивчати відображення, диференційовні за Гато.

Основною метою дисертаційної роботи є встановлення для введених G -моногенних відображень в алгебрі комплексних кватерніонів аналогів класичних результатів комплексного аналізу: інтегральної теореми та інтегральної формули Коші, теорем Морера, Тейлора і Лорана.

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

У вступі дано загальну характеристику роботи: обґрунтовано актуальність, сформульовано мету і завдання дослідження та анонсовано основні результати. Вступ містить також інформацію про апробацію роботи, наукову новизну результатів та особистий внесок здобувача.

Розділ 1 присвячений огляду літератури за тематикою дослідження.

У розділі 2 досліджено алгебраїчно-аналітичні властивості G -моногенних відображень. В теоремах 2.3.3 і 2.3.4 встановлено конструктивний опис усіх право- G -моногенних відображень зі значеннями в максимальних ідеалах алгебри комплексних кватерніонів $\mathbb{H}(\mathbb{C})$. Аналогічні результати отримано для ліво- G -моногенних відображень (теорема 2.3.5 і 2.3.6). В результаті в теоремі 2.3.7 отримано конструктивний опис усіх право- G -моногенних відображень, а в теоремі 2.3.8 — опис усіх ліво- G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі $\mathbb{H}(\mathbb{C})$ за допомогою чотирьох відповідних аналітичних функцій комплексної змінної. Наслідком цих результатів є теорема 2.3.9 про G -моногенне продовження та теорема 2.3.10 про нескінченну диференційовність за Гато G -моногенних відображень. В підрозділі 2.4 наведено застосування G -моногенних відображень до побудови розв'язків тривимірного рівняння Лапласа.

У розділі 3 доведено низку інтегральних теорем для G -моногенних відображень і встановлено представлення цих відображень у вигляді рядів. Зокрема, доведено аналоги формул Гауса – Остроградського і Стокса для відображень зі значеннями в алгебрі $\mathbb{H}(\mathbb{C})$. Доведено аналоги інтегральної теореми Коші для поверхневого і для криволінійного інтегралів від G -моногенних відображень. Доведено також аналоги теореми Морера та інтегральної формули Коші для цих відображень. Нарешті, доведено аналоги теорем Тейлора і Лорана та здійснено класифікацію особливостей G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі комплексних кватерніонів.

У розділі 4 введено клас H -моногенних відображень в алгебрі $\mathbb{H}(\mathbb{C})$ і встановлено зв'язок між G -моногенними і H -моногенними відображеннями. В заключній теоремі 4.2.3 встановлено різноманітні критерії G -моногенності відображень, що приймають значення в алгебрі комплексних кватерніонів.

Усі основні результати дисертації є новими, чітко доведеними, і тому їх достовірність не викликає сумнівів.

Апробація і повнота викладу результатів в наукових фахових виданнях. Результати дисертаційної роботи своєчасно і з належною повнотою опубліковано у 6 статтях, що відповідають вимогам до публікацій результатів дисертаційних робіт у фахових виданнях із фізико-математичних наук, 4 з них надруковані у виданнях, внесених до міжнародної наукометричної бази Scopus. Результати дисертації пройшли достатню апробацію на конференціях та семінарах.

Автореферат ідентично відображає основні положення дисертації.

Зауваження:

1) У формулюванні теореми 2.3.2 на с. 18 у 7-му рядку знизу та на с. 62 у 6-му рядку зверху після слова "відображення" слід вказати це відображення, а саме: $\widehat{\Phi} : \Omega_\zeta \rightarrow \mathbb{H}(\mathbb{C})$.

2) На с. 26 і на с. 100 при визначенні множини K_ζ зазначається, що ця множина є необмеженою. В той же час з її означення випливає, що K_ζ може бути як необмеженою, так і обмеженою.

3) На с. 54 у 9-му і 10-му рядках знизу замість $\varepsilon \rightarrow 0$ має бути $\varepsilon \rightarrow 0 + 0$.

4) На с. 56 у формулюванні і доведенні леми 2.3.2 замість прямих L^1 і L^2 мають бути L^1_ζ і L^2_ζ .

5) На с. 79 формула (3.7) може бути записана більш компактно у вигляді

$$\int_{\gamma_\zeta} \varphi(\zeta) d\zeta \psi(\zeta) = \int_{\Sigma_\zeta} \left(\frac{\partial(\varphi i_2 \psi)}{\partial x} - \frac{\partial(\varphi i_1 \psi)}{\partial y} \right) dx dy + \\ + \left(\frac{\partial(\varphi i_3 \psi)}{\partial y} - \frac{\partial(\varphi i_2 \psi)}{\partial z} \right) dy dz + \\ + \left(\frac{\partial(\varphi i_1 \psi)}{\partial z} - \frac{\partial(\varphi i_3 \psi)}{\partial x} \right) dz dx.$$

6) На с. 90 у 2-му рядку зверху у формулюванні теореми 3.2.5 після слова "право- G -моногенне" слід додати "в Ω_ζ ".

7) В роботі зустрічаються описки та граматичні помилки, зокрема: у назві підрозділу 2.4 та в багатьох інших місцях роботи замість "в частинних похідних" слід вживати "з частинними похідними"; на с. 78 в 10-му рядку зверху замість "інтеграл по кривій" має бути "інтеграл вздовж кривої".

Вказані недоліки носять редакційний характер і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації.

Отже, дисертація є завершеною науковою роботою, що розв'язує актуальну наукову проблему гіперкомплексного аналізу — встановлення за допомогою аналітичних функцій комплексної змінної конструктивних описів певних класів моногенних функцій в алгебрі комплексних кватерніонів та застосування цих описів до доведення аналогів класичних результатів комплексного аналізу: інтегральної теореми і інтегральної формули Коші, теорем Морера, Тейлора, Лорана.

Вважаю, що за обсягом проведених наукових досліджень, їх актуальністю та науковою новизною дисертаційна робота "Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів" повністю задовольняє вимоги "Порядку призначення наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету міністрів

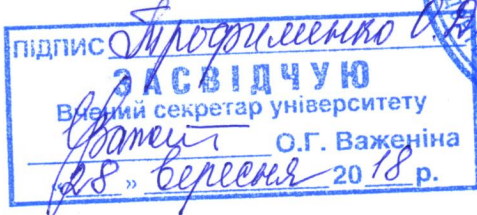
України № 567 від 24.07.2013 р. (зі змінами) щодо кандидатських дисертацій, а її автор Кузьменко Тетяна Сергіївна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент

кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри математичного аналізу
і диференціальних рівнянь
Донецького національного університету
імені Василя Стуса



О. Д. Трофименко



Надійшов до спеціалізованої
вченої ради 26.06.07
Секретар ради



02.10.2018р.
/ Сатур О.Р. /