

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Пагірі Михайла Михайловича "Узагальнення класичних ланцюгових дробів та наближення функцій", подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз (111 – математика).

Уже більше тисячі років вчені займаються вивченням властивостей ланцюгових дробів та їх застосуванням. Поява швидкодіючих обчислювальних машин зумовила додатковий поштовх до узагальнення поняття ланцюгового дробу. Зокрема, великий вклад в узагальнення та застосування ланцюгових дробів внесла Львівська школа, заснована В.Я. Скоробогатьком. З початку сімдесятих років минулого століття тут почали займатися гіллястими ланцюговими дробами (1. Боднарчук П.І., Скоробогатько В.Я. Гіллясті ланцюгові дроби та їх застосування. – Київ: Наукова думка, 1974. – 272 с.; 2. Боднар Д.І. Ветвящиеся цепные дроби. – Київ: Наукова думка, 1986. – 176 с.) та двовимірними неперервними ланцюговими дробами, які можуть використовуватися для наближення функцій багатьох змінних (Кучмінська Х.Й. Двовимірні неперервні дроби. – Львів: Ін-т. прикл. проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2010. – 218 с.).

М.С. Сявавко замінив суми на інтеграл у гіллястих ланцюгових дробів та ввів поняття інтегрального ланцюгового дробу.

У задачах інтерполяції функціоналів та операторів у більш загальних функціональних просторах знайшли своє застосування ланцюгові дроби, які досліджуються в роботах В. Л. Макарова, В. В. Хлобистова та інших авторів.

Опонована дисертаційна робота присвячена узагальненням ланцюгових дробів для інтерполяції функції однієї змінної та узагальненню розвинення функцій у ланцюгові дроби, а тому є актуальною.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, подано зв'язок роботи з науковими програмами, вказано мету роботи і задачі дослідження, а також

визначено наукову новизну, практичне значення одержаних результатів, відзначено особистий внесок здобувача, подано відомості про апробацію роботи й публікації.

У першому розділі подано огляд літератури, що стосується основних відомостей про ланцюгові (неперервні) дроби, інтерполяцію функцій многочленами, N -точкову апроксимацію Паде, інтерполяцію функцій ланцюговими дробами Тіле, основні твердження з теорії функції однієї комплексної змінної, розвинення функції в степеневий ряд Тейлора, формальні степеневі ряди та ряди Лорана і відповідні їм ланцюгові дроби, апроксимації Паде, диференціальне рівняння Ріккати і метод Лагранжа.

Другий розділ присвячений інтерполяції функцій ланцюговими дробами Тіле та типу S -дробами. Тут отримано оцінки канонічних знаменників підхідних дробів функціональних ланцюгових дробів (ФЛД), залишкового члену інтерполяційного ФЛД дійсної змінної частинні, чисельники та знаменники якого є многочлени. Також отримано двосторонню оцінку залишкового члену інтерполяційного ланцюгового дроби Тіле у випадку функції комплексної змінної і доведено його збіжність. Досліджено задачу інтерполяції функціонала, заданого на множині континуальних вузлів, інтегральним ланцюговим S -дробом. У додатку Б.1 – Б.5 наведені результати числових експериментів, які підтверджують теоретичні висновки.

Третій розділ присвячений дослідженню квазі-обернених інтерполяційних ланцюгових дробів типу Тіле (T -КІЛД) та типу S -дроби (S -КІЛД). Обґрунтовано рекурентні формули визначення коефіцієнтів T -КІЛД та S -КІЛД, двосторонню оцінку залишкових членів цих формул, збіжність ітераційних процесів та отримано формули залишкових членів. У додатку Б.7 – Б.9 наведено приклади інтерполяції функції дійсної змінної T -КІЛД, комплексної та дійсної змінної S -КІЛД.

У четвертому розділі досліджено задачу інтерполяції функцій комплексної змінної функціональними інтерполяційними ланцюговими дробами типу

Тіле (Т-ФІЛД) та типу С-дробу (С-ФІЛД), а також квазі-оберненими функціональними інтерполяційними ланцюговими дробами типу Тіле (Т-КФІЛД) та типу С-дробу (С-КФІЛД). Уведено в розгляд обернені g -різниці, обґрунтовано їх властивості. Для Т-ФІЛД, Т-КФІЛД, С-ФІЛД та С-КФІЛД обґрунтована збіжність інтерполяційного процесу, дана оцінка залишкового члена, встановлено рекурентну формулу для обчислення коефіцієнтів. У додатку Б.10, – Б.13 наводяться приклади.

У розділі 5 отримано розвинення деяких функцій у ланцюговий дріб Тіле та в правильний ланцюговий С-дріб. Встановлено нові властивості обернених похідних Тіле. Обґрунтовано збіжність та рівномірну збіжність правильних ланцюгових С-дробів до мероморфних функцій.

Шостий розділ присвячений розвиненням функцій у квазі-обернені ланцюгові дроби. Тут розглядаються обернені похідні 2-го типу, обґрунтовані властивості цих похідних. Встановлено формулу типу Тіле, яка використовує ці обернені похідні.

У сьомому розділі для зображення функцій функціональними ланцюговими дробами вводяться до розгляду обернені g -похідні та обернені g -похідні 2-го типу. Встановлені властивості цих похідних. З допомогою функціональної формули типу Тіле отримано зображення деяких тестових функцій.

Основні наукові положення та висновки дисертаційної роботи повністю обґрунтовані. Їх достовірність базується на строго доведених теоремах, а також підтверджується результатами експериментів. Новизна наукових результатів підтверджується ретельним аналізом попередніх досліджень з тематики дисертаційної роботи та публікаціями в провідних наукових журналах.

Дисертація Пагірі Михайла Михайловича "Узагальнення класичних ланцюгових дробів та наближення функцій" є актуальним завершеним самостійним дослідженням, у якому отримано нові математично обґрунтовані наукові результати, що доповнюють один із важливих розділів математичного аналізу – теорію наближення функцій.

Розроблені в дисертації алгоритми можуть бути застосовані у сучасному математичному забезпеченню комп'ютерів для наближення функцій.

Декілька слів про загальну характеристику роботи. Дисертація загальним обсягом 372 сторінок, з яких 327 сторінок основного змісту, складається зі вступу, 7 розділів, після кожного розділу даються висновки, списку використаних джерел (191 найменування) та двох додатків. Основні результати дослідження достатньо повно висвітлені в 51 науковій публікації, з них монографія та 27 статей (22 статті у фахових виданнях та 5 статей у іноземних виданнях), з них 21 стаття з одним автором та 6 статей надруковані у виданнях, внесених до наукометричних баз SCOPUS, Web of SCIENCE і пройшли належну апробацію на різних фахових семінарах і наукових конференціях.

Автореферат повно і адекватно відображає основний зміст дисертації. Оформлена робота ретельно з врахуванням всіх вимог щодо докторських дисертацій.

Разом з тим, до дисертації є наступні зауваження та побажання:

1. У роботі вказано, що основні результати дисертації опубліковані у 29 наукових статтях, у рефераті вказано 28 статей, а має бути 27 статей. Крім того у роботі та авторефераті конкретно не вказано вклад автора у спільні статті, а записано "...у роботах, які опубліковані у співавторстві, внесок всіх авторів є рівноцінним".
2. У роботі після кожного розділу даються висновки до розділу. Загального висновку до роботи не дано.
3. У роботі не вирішено питання вибору базис-функцій для ФІЛД.
4. До першої частини дисертації – узагальнення ланцюгових дробів для інтерполяції функції однієї змінної наведені ілюстративні приклади, хоча не має порівнянь з відомими наближеннями. Бажано було б і до другої частини – узагальнення розвинення функцій у ланцюгові дроби, навести приклади з порівнянням з відомими неперервними дробами, наприклад, з книжки Джонс У.,

Трон В. Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения. – Москва: Мир, 1985. – 414 с. або показати чим вони кращі.

Наведені зауваження, не знижують загальну високу оцінку дисертаційної роботи Пагірі М.М., її актуальність, наукову новизну та практичну цінність.

Вважаю, що дисертаційна робота Пагірі Михайла Михайловича "Узагальнення класичних ланцюгових дробів та наближення функцій" задовольняє вимоги пп. 9, 10, 12–14 "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами і доповненнями, внесеними згідно з постановами КМУ № 656 від 19.08.2015 р., № 567 від 27.07.2016 р. та наказом МОН України від 12.01.2017 р.) щодо докторських дисертацій, а її автор, Пагіря Михайло Михайлович, заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент,

професор кафедри обчислювальної
математики та програмування
НУ "Львівська політехніка",
доктор фіз.-мат. наук, доцент



І.І. Демків

Підписано за секретарем
Враховано секретарем *Підпис Р. Бреславської*



5

Надійшов до Канцелярії спеціалізованої вченої ради D26.206.01 16.01.2019р.
Секретар ради О. С. /Самуєв О.Р./