

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Пагірі Михайла Михайловича

"Узагальнення класичних ланцюгових дробів та наближення функцій"

подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.01 — математичний аналіз

1. Актуальність теми дослідження. В дисертаційній роботі М. М. Пагірі вивчаються задачі наближення функцій однієї дійсної та комплексної змінних різними типами ланцюгових дробів. Зокрема досліджується задача інтерполяції функцій, які задані на компактї, ланцюговими дробами та розглянута задача інтерполяції функціоналів інтегральними ланцюговими S -дробами. Запропоновано нові та досліджено відомі методи розвинення функцій в ланцюгові дроби. Задачі, що розглянуто в дисертаційній роботі, поряд із загальновідомими методами наближення функцій, належать до напрямків, що активно розвиваються.

Аналогом формули Тейлора в теорії ланцюгових дробів є формула Т. Н. Тіле, яка дозволяє отримати коефіцієнти розвинення функції в ланцюговий дріб послідовно обчислюючи обернені похідні Тіле функції. Обґрунтування нових властивостей обернених похідних Тіле, отримання розвинень функцій в ланцюгові дроби, дослідження обернених похідних інших типів, встановлення їх властивостей, обґрунтування нових аналогів формул типу Тіле та розвинення функцій в ланцюгові дроби нових типів є важливою і актуальною задачею.

2. Зміст та наукова новизна результатів. Дисертація складається із вступу, семи розділів з висновками, додатку та списку використаних джерел, що містить 191 найменування. Загальний обсяг роботи становить 372 сторінки друкованого тексту. Дисертаційна робота умовно ділиться на дві взаємозв'язані частини — інтерполяцію функцій ланцюговими дробами та розвинення функцій в ланцюгові дроби.

У першому розділі дано огляд літератури за темою дисертації, дано означення понять, які використовуються та наведено результати, які стосуються задач наближення функцій многочленами, апроксимантами Паде та ланцюговими дробами. Розглянуто задачу інтерполяції функцій

комплексної змінної ланцюговим дробом Тіле. В цьому є розділі наведені основні підходи до розвинення функцій в ланцюговий дріб.

Другий розділ присвячений задачам інтерполяції функцій ланцюговими дробами Тіле та типу C -дробу. Встановлюються деякі загальні властивості скінчених функціональних ланцюгових дробів (ФЛД). Обґрунтовано двосторонні оцінки знаменників ФЛД та формулу залишкового члена інтерполяційного ФЛД дійсної змінної, коли частинні чисельники та знаменники є многочлени. Для інтерполяційних ланцюгових дробів Тіле та C -дробу отримані формули для визначення коефіцієнтів вказаних ланцюгових дробів через інтерполяційні вузли та значення функцій у вузлах, формули оцінки залишкових членів для функцій дійсної та комплексної змінних. Обґрунтована збіжність інтерполяційних процесів.

В останньому підрозділі досліджена задача інтерполяції функціонала, заданого на множині континуальних вузлів, інтегральними ланцюговими C -дробами. Отримано необхідні умови та достатні умови розв'язності розглядуваної задачі. Обґрунтовано, що у частковому випадку інтегральний інтерполяційний ланцюговий C -дріб містить в собі інтерполяцій ланцюговий C -дріб.

Аналогічні результати отримані для квазі-обернених інтерполяційних ланцюгових дробів в *третьому розділі*.

В *четвертому розділі* дисертації досліджено функціональні інтерполяційні ланцюгові дробі (ФІЛД). ФІЛД є узагальненням інтерполяційних ланцюгових дробів, які розглянуті у другому та третьому розділах, і будуються за деякою однолистою на компактні з \mathbb{C} базис-функцією $g(z)$. Доведені оцінки залишкових членів, збіжності інтерполяційних процесів, а також встановлені властивості обернених g -різниць та обернених g -різниць 2-го типу.

Методи розвинення функцій в ланцюговий дріб Тіле та правильний ланцюговий C -дріб розглянуто в *п'ятому розділі*. Обґрунтовано нові властивості обернених похідних Тіле, встановлено формули знаходження обернених похідних Тіле суми, різниці, добутку та частки двох функцій, многочлена та раціональної функції. Розглянуті розвинення функцій в ланцюговий дріб Тіле. Коефіцієнти розвинення функцій в правильний ланцюговий C -дріб можна визначити або через відношення визначників Ганкеля, або через обернені похідні Тіле. Показано, що в обох випадках матимемо один і той же ланцюговий дріб. Отримано розвинення фун-

кцій в правильний ланцюговий C -дріб. Встановлено області збіжності та рівномірної збіжності розвинень, апріорні та апостеріорні оцінки.

Функцію комплексної змінної на компактї можна також розвинути в квазі-обернений ланцюговий дріб, який ґрунтується на обернених похідних 2-го типу. Цьому підходу присвячено *шостий розділ* роботи. Для обернених похідних 2-го типу обґрунтовано рекурентну формулу їх обчислення, властивості, формули знаходження оберненої похідної 2-го типу суми, різниці, добутку та частки функцій, многочлена і раціональної функції. Встановлено взаємозв'язок між оберненими похідними 2-го типу функції та похідними, а також між оберненими похідними Тіле та оберненими похідними 2-го типу. Розглянуті приклади розвинення функцій квазі-обернені ланцюгові дроби типу Тіле та типу C -дроби, встановлені області збіжності та рівномірної збіжності, апостеріорні оцінки.

В останньому, *сьомому розділі* дисертації введено до розгляду обернені g -похідні та обернені g -похідні 2-го типу, які узагальнюють, відповідно, обернені похідні Тіле та обернені похідні 2-го типу. Досліджено задачу зображення функцій комплексної змінної функціональними ланцюговими дробами. Встановлено рекурентні формули обчислення обернених похідних розглядуваних типів, обґрунтовано властивості, розглянуто приклади зображення функцій функціональними ланцюговими дробами.

В *додатку* вміщено приклади, які ілюструють оцінки залишкових членів різних типів інтерполяційних ланцюгових дробів із другого, третього та четвертого розділів.

3. Обґрунтованість та достовірність результатів дисертації. Дисертаційна робота Пагірі М. М. виконана на високому науковому рівні. Результати роботи є новими і строго математично обґрунтованими. Всі твердження супроводжено повними і з належним рівнем математичної строгості доведеннями. Їх достовірність не викликає сумнівів. Викладення положень дисертації виконано логічно і послідовно з дотриманням всіх стандартів сучасної наукової літератури. У висновках до кожного розділу окремо зазначено про публікації результатів та про особистий внесок здобувача у роботах, що увійшли до дисертації і опубліковані у співавторстві.

4. Публікації та апробація результатів. Результати дисертаційної роботи опубліковано у 22-х статтях за одноосібним авторством здобувача, у 5-х — у співавторстві та одноосібній монографії; 6 із них надруковано у виданнях, які внесені до міжнародних наукометричних баз Web of Science, Scopus. Основні положення дисертації неодноразово доповідалися на фахових наукових семінарах у наукових центрах України, а також пройшли апробацію на багатьох українських та міжнародних конференціях.

Автореферат правильно відображає зміст дисертаційної роботи.

5. Практичне значення результатів. Дисертаційна робота Пагірі Михайла Михайловича є завершеною науковою працею, в якій отримано нові науково обґрунтовані результати теоретичного характеру. Результати дисертації можуть бути використані при подальших дослідженнях в теорії ланцюгових дробів та в теорії наближення функцій. Дисертація має і практичне значення, оскільки розроблені автором алгоритми можуть бути імплементовані у сучасне математичне забезпечення комп'ютерів, у тій частині, що стосується наближення функцій.

6. Зауваження та побажання.

- Оцінки залишкових членів інтерполяційних ланцюгових дробів різних типів отримані при умовах на параметри дробу, а не на гладкість функції та вибір вузлів інтерполяції.
- В перспективі бажано розширити множину прикладів функцій, зокрема отримати відповідні розвиння деяких спеціальних функцій.
- Зустрічається математичний сленг, скажімо "функція $f(x) \in C^n$ " замість "функція $f \in C^n$ ", або "корені функції" замість "нулі функції".
- На першій сторінці автореферата мова йде, зокрема про наближення многочленами та інтерполяцію многочленами, тобто про основні напрями моїх досліджень, проте прізвище опонента у відповідних списках відсутнє.

7. **Заклучення.** Вважаю, що дисертаційна робота "Узагальнення класичних ланцюгових дробів та наближення функцій" задовольняє вимоги пп. 9, 10. 12–14 "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами і доповненнями, внесеними згідно з постановами КМУ № 656 від 19.08.15 р., № 1159 від 30.12.2015 р., № 567 від 27.07.2016 р. та наказом МОН України від 12.01.2017 р.) щодо докторських дисертацій, а її автор, Пагіря Михайло Михайлович, заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико–математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

завідувач кафедри математичного аналізу
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка,
доктор фіз.–мат. наук, професор


І.О. Шевчук

Підпис засідачую
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР НАЧ
КАРАУЛЬНА Н.В.
17.01.2019р.



Надійшов до
вченої ради
Секретар ради



18.01.2019р.

/ Сатур О.Р. /